CENTRE
DE RECHERCHE
SUR LES TRANSPORTS
(CRT)
CENTRE
FOR RESEARCH
ON TRANSPORTATION

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL
ÉCOLE DES HAUTES ÉTUDES COMMERCIALES
ÉCOLE POLYTECHNIQUE

THÈSE DE DOCTORAT

C.P. 6128, SUCCURSALE A
MONTRÉAL (QUÉBEC)
CANADA
H3C 3J7

TÉLÉPHONE : (514) 343-7575
TÉLEX : 05-24146 BIBPOLYTEC
TÉLÉCOPIEUR (FAX) : (514) 343-7121

CRT-674

ÉTUDES SUR LA THÉORIE DE LA PRODUCTION AVEC APPLICATIONS À L'INDUSTRIE DU TRANSPORT PAR CAMION

par

Robert Gagné

Thèse présentée à la Faculté des Études supérieures en vue de l'obtention du grade de philosophiae doctor (Ph.D.) en sciences économiques, dirigée par Georges Dionne.

Centre de recherche sur les transports - Publication #674

Décembre 1989

90-03007/

Dépôt légal - 1er trimestre 1990

Université de Montréal
Faculté des études supérieures

Cette thèse intitulée :

"Études sur la théorie de la production avec applications à l'industrie du transport par camion"

présentée par:

Robert Gagné

a été évaluée par un jury composé des personnes suivantes:

Marcel Boyer	:	président-rapporteur
Georges Dionne	:	directeur de recherche
Nicole Fortin	:	membre du jury
Charles Blackorby	:	examinateur externe

Thèse acceptée le : 1er décembre 1989

SOMMAIRE

Cette thèse est divisée en quatre études, toutes reliées au thème de l'analyse de la structure de la technologie et des coûts des entreprises. La première étude présente de manière détaillée la méthodologie généralement employée pour l'analyse de la structure des coûts des entreprises de transport par camion. Également, une section de cette étude est consacrée à l'utilisation de cette méthodologie pour l'analyse des rendements d'échelle, du progrès technique et des bénéficiaires de la réglementation.

La deuxième étude traite de l'interprétation de certaines mesures d'élasticités des coûts totaux en fonction de la mesure de production employée lors de l'analyse de la structure des coûts des entreprises de transport par camion. En fait, dans cette étude, nous montrons que l'effet de certaines variables sur les coûts totaux peut différer selon que le niveau de production est évalué par le nombre d'expéditions effectuées par l'entreprise ou le nombre de tonnes-kilomètres transportées par cette dernière.

Dans la troisième étude, nous développons un nouveau test d'agrégation des mesures de la production pouvant être appliqué à des entreprises en situation de concurrence ou de monopole. Le développement d'un nouveau test était nécessaire puisque les tests connus, développés dans le but d'établir l'existence d'agrégats cohérents des facteurs de production, sont inadéquats pour établir l'existence d'agrégats cohérents des mesures de la production.

Enfin, dans la quatrième étude, nous présentons une application de ce test à des entreprises canadiennes de transport par camion. Le test a été effectué sous l'hypothèse de concurrence. Les résultats montrent que l'emploi d'un agrégat non cohérent des mesures de la production peut mener à l'introduction de biais importants lors de l'analyse de la structure de la technologie et des coûts des entreprises.

TABLE DES MATIÈRES

	Page
SOMMAIRE	iii
TABLE DES MATIÈRES	iv
LISTE DES TABLEAUX	vi
LISTE DES FIGURES	vii
REMERCIEMENTS	viii
INTRODUCTION	1
ÉTUDE 1 : Réglementation et technologie dans l'industrie du transport par camion : une présentation de la méthodologie	4
Introduction	5
1. Une première approche à l'analyse de la technologie	6
2. L'approche duale à l'analyse de la technologie	10
2.1 - La fonction de coût : définitions et propriétés	10
2.2 - L'approximation translogarithmique d'une fonction de coût	15
2.3 - Estimation économétrique d'une fonction de coût	20
3. L'analyse de la réglementation : trois applications à partir de la fonction de coût translogarithmique	23
3.1 - Rendements d'échelle	23
3.2 - Bénéficiaires de la réglementation	28
3.3 - Croissance de la productivité	30
4. Conclusion	34
Annexe	36
ÉTUDE 2 : On the Relevant Elasticity Estimates for Cost Structure Analyses of the Trucking Industry	38
Introduction	39
1. Elasticities of Cost with Respect to Output and Output Qualities	40
2. Empirical Evidence	44
3. Conclusion	46

Page

ÉTUDE 3 : Sur l'agrégation des mesures de la production. 47

Introduction 48

1. Agrégation et séparabilité : présentation 50

2. Test d'agrégation classique 52

3. Un nouveau test d'agrégation des mesures de la production . . . 57
3.1 - Présentation. 57
3.2 - Test d'agrégation en concurrence parfaite 58
3.3 - Test d'agrégation en situation de monopole. 59

4. Évaluation statistique. 62
4.1 - Dérivées de l'approximation vs approximations des dérivées. 64
4.2 - Performance des tests 66
4.3 - Pertinence de considérer la structure d'agrégation de c(y,w). 69

5. Conclusion. 73

Annexe 74

ÉTUDE 4 : Test d'agrégation des mesures de la production : une application à l'industrie canadienne du transport par camion 79

Introduction 80

1. Rappel sur l'analyse de la structure de la technologie et des coûts des entreprises de transport par camion. 82

2. Un test sur l'existence d'agrégats cohérents des mesures de la production. 85

3. Analyse empirique 88
3.1 - Données et variables. 88
3.1.1 - Description des données 88
3.1.2 - Description des variables 90
3.2 - Résultats économétriques. 94
3.2.1 - Test d'agrégation 94
3.2.2 - Impacts de la structure d'agrégation sur l'analyse de la structure de la technologie et des coûts. 97

4. Conclusion. 103

Annexe 104

CONCLUSION 118

BIBLIOGRAPHIE. 120

LISTE DES TABLEAUX

Page

ÉTUDE 2 :

Tableau 1 : Cost Function First-Order Parameter Estimates and Elasticities. 45

ÉTUDE 3 :

Tableau 1 : Nombre de fois où $Var(E_k) < Var(\tilde{E}_k)$ 65

Tableau 2 : Nombre de fois ou (y_1,y_2) n'est pas rejetée et (y_1,y_2,y_3) est rejetée au point $(\bar{y},\bar{w})$ 68

Tableau 3 : Nombre de fois où (y_1,y_3) est rejetée au point $(\bar{y},\bar{w})$ 69

Tableau 4 : Nombre de fois où les rendements d'échelle sont de niveau $S(\bar{y},\bar{w})$ au point $(\bar{y},\bar{w})$ 72

ÉTUDE 4 :

Tableau 1 : Répartition des observations par année et région. 90

Tableau 2 : Moyenne et écart-type des variables 92

Tableau 3 : Résultats du test d'agrégation. 96

Tableau A.1: Coefficients estimés de la fonction de coût (structure désagrégée). 107

Tableau A.2: Coefficients estimés de la fonction de coût (agrégation cohérente). 111

Tableau A.3: Coefficients estimés de la fonction de coût (agrégation non cohérente). 114

Tableau A.4: Tests du rapport de vraisemblance

i) Structure désagrégée 116

ii) Agrégation cohérente 116

iii) Agrégation non cohérente 117

LISTE DES FIGURES

Page

ÉTUDE 1 :

Figure 1 : Fonction de coût moyen de rayon (CMR) et de coût total (C) le long d'un rayon (OR) pour lequel chaque produit est en proportion fixe. 27

ÉTUDE 4 :

Figure 1 : Fonctions de coût moyen de rayon. 101

REMERCIEMENTS

Plusieurs personnes ont, à une étape ou une autre, contribué à la réalisation de cette thèse. Ces personnes sont trop nombreuses pour que je puisse toutes les nommer ici. Cependant, je tiens à remercier de façon toute particulière les personnes et organismes suivants :

- Georges Dionne, mon directeur de thèse, pour ses conseils judicieux (de toute nature), son intuition, sa très grande disponibilité et son soutien financier;
- Charles Vanasse, pour avoir partagé avec moi ses connaissances statistiques et informatiques;
- Le Centre de recherche sur les transports de l'Université de Montréal pour le soutien financier et l'hébergement;
- Lucie L'Heureux et Carole Laflamme, du Centre de recherche sur les transports, pour leur habileté à déchiffrer ma calligraphie et la transformer en un texte présentable;
- Le fonds F.C.A.R. et Transports Canada pour leur aide financière;
- Statistique Canada pour m'avoir fourni des données confidentielles sur l'industrie du transport par camion; et
- Martine Trudeau pour sa patience.

À mes parents.

INTRODUCTION

En 1937, Wassily Leontief écrivait : "On a si souvent réduit l'intérêt prêté aux problèmes méthodologiques à un signe de frustration théorique que ce sujet a pratiquement disparu du domaine de la discussion économique"[1]. Fort heureusement, l'intérêt porté par les économistes aux problèmes méthodologiques s'est considérablement accru depuis cette époque. L'importance de la méthodologie ne fait, aujourd'hui, aucun doute. Cette dernière agit à titre de pont entre la recherche théorique et la recherche empirique. Dans ce contexte, il est primordial de développer des méthodologies générant des résultats influencés uniquement par les observations empiriques et les concepts théoriques.

Notre thèse s'intéresse essentiellement à des questions d'ordre méthodologique. En effet, depuis une quinzaine d'années, de nombreuses études portant sur l'analyse de la structure de la technologie et des coûts des entreprises ont été réalisées. Ces études, pour une bonne part, s'intéressaient aux industries du transport, notamment le transport par camion. Leur réalisation a été rendue possible grâce surtout à une plus grande disponibilité des données statistiques et au progrès technologique des ordinateurs qui arrivent maintenant à traiter des modèles économétriques de très grande taille.

La méthodologie généralement employée lors de la réalisation de ces études repose sur l'estimation économétrique d'approximations des fonctions de coût des entreprises. Cette thèse examine de plus près cette méthodologie, en décèle certaines lacunes et propose des méthodes pour les corriger

---

[1] Extrait d'un article paru dans The Quarterly Journal of Economics 51(26), février 1937, intitulé: "Implicit Theorizing: A Methodological Criticism of the Neo-Cambridge School"1. Traduction française tirée de : Essais d'économique, Calmann-Lévy, 1974, p. 67.

et ce, en mettant l'accent sur les problèmes particuliers que soulèvent l'utilisation de celle-ci pour l'analyse de la structure de la technologie et des coûts des entreprises de transport par camion. En fait, nous tentons d'apporter des améliorations à la méthodologie existante. Ces améliorations sont, à notre avis, fort importantes puisqu'elles assurent une plus grande indépendance entre les résultats obtenus et la méthodologie employée.

Afin de mener à bien ce projet, nous avons divisé notre thèse en quatre études, évidemment toutes reliées au thème de l'analyse de la structure de la technologie et des coûts des entreprises. La première étude présente de manière détaillée la méthodologie généralement employée pour l'analyse de la structure des coûts des entreprises de transport par camion. Également, une section de cette étude est consacrée à l'utilisation de cette méthodologie pour l'analyse des rendements d'échelle, du progrès technique et des bénéficiaires de la réglementation.

La deuxième étude traite de l'interprétation de certaines mesures d'élasticités des coûts totaux en fonction de la mesure de production employée lors de l'analyse de la structure des coûts des entreprises de transport par camion. En fait, dans cette étude, nous montrons que l'effet de certaines variables sur les coûts totaux peut différer selon que le niveau de production est évalué par le nombre d'expéditions effectuées par l'entreprise ou le nombre de tonnes-kilomètres transportées par cette dernière.

Dans la troisième étude, nous développons un nouveau test d'agrégation des mesures de la production pouvant être appliqué à des entreprises en situation de concurrence ou de monopole. Le développement d'un nouveau test était nécessaire puisque les tests connus, développés dans le but d'établir l'existence d'agrégats cohérents des facteurs de production, sont inadéquats pour établir l'existence d'agrégats cohérents des mesures de la production.

Enfin, dans la quatrième étude, nous présentons une application de ce test à des entreprises canadiennes de transport par camion. Le test a été effectué sous l'hypothèse de concurrence. Les résultats montrent que l'emploi d'un agrégat non cohérent des mesures de la production peut mener à l'introduction de biais importants lors de l'analyse de la structure de la technologie et des coûts des entreprises.

ÉTUDE 1

RÉGLEMENTATION ET TECHNOLOGIE DANS L'INDUSTRIE DU TRANSPORT PAR CAMION : UNE PRÉSENTATION DE LA MÉTHODOLOGIE

INTRODUCTION

Le projet de déréglementation de l'industrie du transport par camion aux États-Unis a amené la publication d'un nombre important d'études analysant les effets de la réglementation dans l'industrie et aussi les effets possibles d'une déréglementation de cette dernière. Ces études, pour la plupart, tentaient de répondre à l'une des trois questions suivantes : 1) quelle est la structure industrielle qui émergera suite à la déréglementation? 2) quels sont les effets de la réglementation sur le progrès technique dans l'industrie? 3) à qui bénéficie la réglementation? Un survol complet de cette littérature permet de réaliser que pour répondre à ces questions, les chercheurs ont tous utilisés la même méthodologie, soit l'analyse de la structure de la technologie via l'estimation d'une fonction de coût[1]. Dans cette étude, nous présentons une synthèse de cette méthodologie, depuis les fondements théoriques jusqu'à l'application empirique. Ainsi, partant du théorème de la dualité, nous introduisons une fonction de coût multi-produit avec des mesures de qualités associées à chacune des mesures de production. L'introduction des mesures de qualités se fait par le biais de fonctions hédoniques qui ont pour rôle d'agréger les mesures de production et leurs qualités. Par la suite, nous présentons l'approximation translogarithmique de cette fonction de coût et montrons comment elle peut être utilisée pour l'analyse des rendements d'échelles, du progrès technique et des bénéficiaires de la réglementation dans un contexte où la production est multiple.

Cette étude se veut une référence pour tous ceux qui désirent entreprendre une analyse de la technologie de l'industrie du transport par camion ou celle d'autres industries. Il peut aussi s'avérer fort utile à ceux qui ont des recommandations à faire ou des décisions à prendre au sujet de la déréglementation des transports au Canada. En effet, une

---

[1] Pour une revue des modèles dans l'industrie du transport aérien, voir Dionne et Gagné (1988).

bonne compréhension de la méthodologie permet d'en mieux saisir les limites et les lacunes et, par conséquent, les limites et lacunes des résultats obtenus de celle-ci.

1. UNE PREMIÈRE APPROCHE À L'ANALYSE DE LA TECHNOLOGIE

L'étude des rendements d'échelle, du progrès technique et des bénéficiaires de la réglementation suppose généralement l'estimation de la structure de la technologie des entreprises formant l'industrie[1]. L'estimation économétrique d'une fonction de production représentant les combinaisons d'intrants techniquement possibles et efficaces pour la production d'une variété de biens (ou services) semble, a priori, une méthode valable d'analyse de la structure de la technologie. Cependant, deux difficultés majeures viennent invalider cette méthode.

La première difficulté concerne la mesure de production dans l'industrie du transport par camion. Théoriquement, un bien est défini à partir de sa nature, de ses qualités, du moment où il est disponible et de l'endroit où il est disponible. Ainsi, pour une entreprise de transport par camion, le transport d'ordinateurs entre Montréal et Québec constitue un type de production différent du transport de plaques d'acier entre Montréal et Toronto. Les entreprises de transport par camion produisent donc une variété imposante de services. Pour tenir compte de cette diversité, il faut estimer une fonction de production possédant autant de mesures de production que ce que la firme produit effectivement. Or, outre le peu de degrés de liberté que laisse l'estimation d'une telle fonction, les données disponibles limitent considérablement les choix des mesures de production.

Une solution à ce problème consiste à utiliser des mesures agrégées de la production[2]. Cependant, deux mesures de production agrégées et en

---

[1] Par une approche paramétrique. Varian (1984) propose une méthode d'analyse de la structure de la technologie ne requérant pas d'hypothèse sur la forme paramétrique de la technologie employée par les firmes.

[2] En admettant que l'agrégation soit possible au plan fonctionnel, i.e. que des agrégats "cohérents" existent.

apparence équivalentes peuvent représenter des productions effectives de nature fort différentes nécessitant des combinaisons spécifiques d'intrants dans chaque cas. Par exemple, une entreprise effectuant dix expéditions de dix tonnes sur une distance de un kilomètre a une production totale de cent tonnes-kilomètres, alors qu'une autre effectuant une seule expédition d'une tonne sur cent kilomètres a aussi une production totale mesurée de cent tonnes-kilomètres, bien qu'en fait la nature de sa production soit fort différente. Les mesures agrégées de la production doivent donc tenir compte des qualités inhérentes de chaque type de service que produit l'entreprise (distance moyenne, poids moyen, types de biens transportés, etc.).

Afin de tenir compte des difficultés d'agrégation propres aux transports et en particulier au transport par camion, Spady et Friedlaender (1978) proposent d'utiliser une fonction hédonique ayant pour rôle d'agréger les mesures de production et leurs qualités. Ainsi, en supposant qu'une entreprise utilise M intrants (x_m) pour la production de K extrants (y_k) suivant la fonction de transformation

$$f(y_1, \ldots, y_K; x_1, \ldots, x_M) \leq 0 , \qquad (1.1)$$

les différentes mesures de production sont agrégées en un vecteur de mesures hédoniques de la production $\Psi' = (\Psi_1, \ldots, \Psi_N)$ à l'aide des fonctions hédoniques suivantes :

$$\Psi_n = \Phi_n(Y_n, q_n), \qquad n = 1, \ldots, N \qquad (1.2)$$

où Y_n est un agrégat obtenu à partir d'un sous-ensemble des mesures "effectives" (y_k) de la production;[1]

$q_n' = [q_1^n, q_2^n, \ldots, q_R^n]$ représente le vecteur des qualités associées à l'extrant agrégé Y_n (chaque Y_n possède R qualités associées).

---

[1] Les K mesures effectives de production sont agrégées en N mesures hédoniques.

L'agrégation des mesures effectives de la production en mesures hédoniques est cohérente si et seulement si la fonction

$$F(\Psi_1, \ldots, \Psi_N; x_1, \ldots, x_M) \leq 0 \qquad (1.3)$$

est identique à la fonction 1.1.

Règle générale, on suppose que les fonctions hédoniques Φ_n possèdent les trois propriétés suivantes :

i) $\Phi_n(0, q_n) = 0$ et $\Phi_n(Y_n, q_n) > 0$ pour $Y_n > 0$ et $q_n > 0$;

ii) $\Phi_n(Y_n, q_n)$ est une fonction homogène de degré un en Y_n pour un vecteur q_n donné;

iii) $\Phi(Y_n, q_n)$ est une fonction monotone non-décroissante par rapport à q_n.

La propriété (i) signifie que la mesure hédonique de la production est nulle (positive) lorsque la mesure effective de la production est nulle (positive). La propriété (ii) implique qu'en doublant les mesures effectives de la production, on double aussi les mesures hédoniques. Toutefois, le fait de doubler les qualités associées n'implique pas que la mesure hédonique de la production double. Enfin, la propriété (iii) signifie qu'à production effective donnée, une augmentation des qualités ne peut entraîner une baisse de la mesure hédonique de la production.

Une fois résolu le problème d'agrégation des mesures de production un autre problème demeure : l'estimation économétrique de la fonction de production. L'estimation de la fonction de production implique l'ajout d'un terme d'erreur aléatoire à la fonction 1.3 si bien que cette dernière se récrit maintenant

$$F(\Psi_1, \ldots, \Psi_N; x_1, \ldots, x_M) + e = 0 , \qquad (1.4)$$

où e est un terme d'erreur aléatoire de moyenne nulle et de variance finie.

De manière générale, si les variables x_m (intrants) sont non corrélées avec le terme d'erreur aléatoire, l'estimation de 1.4 par la méthode des moindres carrés ordinaires donnera des estimations non-biaisées des paramètres de la fonction. Cependant, il y a peu de chances que cela soit le cas. En effet, le terme d'erreur aléatoire représente l'effet cumulé de toutes les variables n'apparaissant pas dans la fonction 1.4 et déterminant le niveau de production. Ainsi, si le directeur de l'entreprise observe certaines variables qui influencent son choix d'intrants, mais que ces variables ne sont pas observées par les analystes estimant la fonction de production, il y a de fortes raisons de douter de l'indépendance entre le terme d'erreur aléatoire et les variables explicatives (x_m). Par exemple, lorsque le directeur observe un changement dans la qualité d'un intrant, ce dernier modifie la composition des intrants en fonction de la variation de qualité de celui-ci. L'effet sur le niveau de production du changement dans la qualité d'un des intrants (changement qui n'est pas observé) est contenu dans le terme d'erreur aléatoire et le choix des intrants est en partie dû lui aussi à ce changement, si bien qu'il y a corrélation entre le terme d'erreur et les variables explicatives (x_m), corrélation qui a pour effet de biaiser les résultats obtenus (Varian, 1984, chap. 4).

Tout porte à croire qu'en pratique, le directeur d'une entreprise de transport par camion observe certaines variables influençant le choix des intrants et que ces variables ne sont pas observables par les analystes. Dans ces conditions, l'estimation directe d'une fonction de production peut mener à des conclusions erronnées. Pour contrer cette difficulté, nous appliquons le principe de la dualité existant entre la fonction de production et la fonction de coût. Cette façon de procéder nous permettra d'inférer sans biais la structure de la technologie.

2. L'APPROCHE DUALE À L'ANALYSE DE LA TECHNOLOGIE

Le théorème de la dualité, tel qu'énoncé par Shephard (1953) puis repris par Diewert (1974, 1982) et McFadden (1978), montre, sous certaines hypothèses, la correspondance entre la fonction de transformation et la fonction de coût. Autrement dit, toute l'information pertinente concernant la technologie contenue dans la fonction de transformation est aussi contenue dans la fonction de coût. Par ailleurs, en supposant que les prix des intrants sont déterminés de manière concurrentielle, ceux-ci sont par conséquent indépendants du terme d'erreur aléatoire; l'hypothèse d'indépendance, nécessaire aussi à l'estimation de la fonction de coût, est donc davantage susceptible d'être respectée. Pour établir la dualité entre la fonction de coût et la fonction de transformation, il est nécessaire d'employer plusieurs hypothèses et concepts mathématiques. Le lecteur intéressé par cet aspect peut consulter Nadiri (1982), Diewert (1982) ou McFadden (1978); ici nous ne ferons qu'exposer les résultats du théorème de la dualité.

2.1 La fonction de coût : définitions et propriétés

Lorsque la fonction de transformation satisfait certaines conditions de régularité[1] alors correspond à cette dernière une fonction de coût nous donnant le coût minimum de produire Ψ lorsque les prix des intrants sont w étant donné la contrainte technologique F, soit[2] :

---

[1] i) F est continue en (Ψ,x);
ii) F est au moins deux fois continûment différentiable par rapport à (Ψ,x);
iii) F est non décroissante en Ψ et non croissante en x;
iv) F est convexe en (Ψ,x) (cette hypothèse nous assure de la convexité de $V(\Psi)$, $V(\Psi)=\{x:F(\Psi,x) \leq 0\}$);
v) $F(\Psi,0) > 0$, si au moins un des éléments de Ψ est strictement positif.

[2] $C(\Psi, w)$ est une fonction de coût de long terme. Nous ne considérons pas la fonction de coût de court terme, puisqu'une des caractéristiques des entreprises de transport par camion est de pouvoir ajuster rapidement la capacité de production aux fluctuations de la demande. Nous supposons donc que les quantités employées d'intrants sont toujours celles qui minimisent les coûts totaux de produire Ψ.

$$C(\Psi, w) = \min_{x}\{w'x : F(\Psi, x) \leq 0\} \qquad (2.1)$$

où

$w' = (w_1, \ldots, w_M)$ est le vecteur de prix des intrants;

$x' = (x_1, \ldots, x_M)$ et $\Psi' = (\Psi_1, \ldots, \Psi_N)$ sont définis comme précédemment.

La fonction de coût 2.1 possède, sous l'hypothèse de régularité de la fonction de transformation, les propriétés suivantes (Diewert, 1982) :

Propriété 1

C est une fonction non négative :

$$C(\Psi, w) \geq 0 \qquad \text{pour } w_m \geq 0,\ m=1, \ldots, M.$$

Propriété 2

C est une fonction homogène de degré 1 en w :

$$C(\Psi, \lambda w) = \lambda\, C(\Psi, w) \text{ pour } w_m \geq 0,\ m=1, \ldots, M \text{ et } \lambda > 0.$$

Propriété 3

C est une fonction non décroissante par rapport à chacun des éléments de w :

$$C(\Psi, w_1) \geq C(\Psi, w_0) \text{ pour } w_1 \gg w_0.$$

Propriété 4

C est une fonction concave en w :

$$C(\Psi, \alpha w_0 + (1-\alpha)w_1) \geq \alpha C(\Psi, w_0) + (1-\alpha)\, C(\Psi, w_1)$$

$$\text{pour } w_0, w_1 \gg 0 \text{ et } 0 < \alpha < 1.$$

Propriété 5

C est une fonction continue par rapport à chacun des éléments de w pour $w_m > 0,\ m=1, \ldots, M.$

Propriété 6

C est une fonction non décroissante par rapport à chacun des éléments de Ψ pour un vecteur w donné :

$$C(\Psi_1, w) \geq C(\Psi_0, w) \quad \text{pour } \Psi_1 \gg \Psi_0 .$$

Propriété 7

C est une fonction continue par rapport à chacun des éléments de Ψ pour $\Psi_n > 0$, $n=1, \ldots, N$.

La fonction de coût étant duale à la fonction de production, on doit alors pouvoir retrouver cette dernière à partir de la fonction de coût. Formellement :

$$\tilde{F}(\Psi, x) = \max_{\Psi} \{\Psi : w'x \geq C(\Psi, w)\} \text{ pour tout } w_m > 0, \quad m=1, \ldots, M . \quad (2.2)$$

Encore ici, sous certaines hypothèses de régularité de la fonction de production, Diewert (1982) démontre que les fonctions F et $\tilde{F}$ coïncident. Il y a donc une correspondance unique entre les fonctions de coût et de production et toute l'information pertinente concernant la technologie peut être obtenue avec l'une ou l'autre des fonctions, d'où la dualité.

À toute fonction de coût possédant les propriétés 1 à 7 et différentiable par rapport à chacun des éléments de w est associé un vecteur de fonctions de demandes conditionnelles d'intrants (lemme de Shephard (1953)), soit :

$$x_m(\Psi^*, w^*) = \partial C(\Psi^*, w^*)/\partial w_m, \quad m=1, \ldots, M , \quad (2.3)$$

où $x_m(\Psi^*, w^*)$ est la demande de l'intrant m qui minimise les coûts de produire Ψ^* lorsque les prix des intrants sont w^* ($w_m^* > 0$, $m=1, \ldots, M$). D'un point de vue économétrique, ce résultat est très utile. En effet, il permet d'associer à toute forme fonctionnelle différentiable d'une fonction de coût possédant les propriétés 1 à 7 les fonctions de demandes d'intrants et ce, même si la fonction de transformation sous-jacente F est inconnue.

Certaines propriétés de la fonction de coût impliquent des propriétés particulières pour les fonctions de demandes conditionnelles d'intrants telles que définies par 2.3. Supposons que la fonction $C(\Psi, w)$ est au moins deux fois continûment différentiable par rapport à Ψ et w. Par le lemme de Shephard, on sait que les fonctions de demandes d'intrants $(x_m(\Psi, w),\ m=1, \ldots, M)$ existent au point (Ψ^*, w^*) et sont données par les dérivées premières de la fonction de coût. Ainsi, l'hypothèse que $C(\Psi, w)$ soit au moins deux fois continûment différentiable implique que les fonctions $x_m(\Psi, w)$, $m=1, \ldots, M$, existent et sont au moins une fois continûment différentiables au point (Ψ^*, w^*).

À partir des dérivées premières des fonctions $x_m(\Psi, w)$, $m=1,\ldots,M$, on peut former la matrice des derivées secondes de la fonction de coût par rapport à w, soit :

$$[\partial x_m(\Psi, w)/\partial w_s] = [\partial^2 C(\Psi, w)/\partial w_m\, \partial w_s], \qquad \begin{matrix} m=1,\ldots,M \\ s=1,\ldots,M \end{matrix} . \tag{2.4}$$

L'hypothèse que $C(\Psi, w)$ est deux fois continûment différentiable implique, par le théorème de Young, que la matrice 2.4 est symétrique, si bien que :

$$[\partial x_m(\Psi, w)/\partial w_s] = [\partial x_m(\Psi, w)/\partial w_s]' = [\partial x_s(\Psi, w)/\partial w_m], \qquad \begin{matrix} m=1,\ldots,M \\ s=1,\ldots,M \end{matrix} . \tag{2.5}$$

De plus, comme $C(\Psi, w)$ est concave en w alors la matrice hessienne de $C(\Psi, w)$ est une matrice négative semi-définie, donc :

$$z'[\partial x_m(\Psi, w)/\partial w_s]z \leq 0, \text{ pour tout } z(Mx1), \qquad \begin{matrix} m=1,\ldots,M \\ s=1,\ldots,M \end{matrix} . \tag{2.6}$$

En particulier, si $z=e_m$, e_m étant le $m^{\text{ième}}$ vecteur unitaire, alors :

$$\partial x_m(\Psi, w)/\partial w_m \leq 0, \quad m=1,\ldots,M. \tag{2.7}$$

La relation 2.7 signifie que la fonction de demande du $m^{ième}$ intrant est non croissante par rapport au prix de cet intrant. Par ailleurs, comme $C(\Psi, w)$ est homogène de degré un en w, alors $C(\Psi, \lambda w) = \lambda C(\Psi, w)$ pour $\lambda > 0$. Prenant la dérivée partielle de cette dernière égalité par rapport à w_m nous obtenons :

$$\partial C(\Psi, \lambda w)/\partial \lambda w_m = \partial C(\Psi, w)/\partial w_m, \quad m=1,\ldots,M. \tag{2.8}$$

Prenant maintenant la dérivée de 2.8 par rapport à λ, nous obtenons (pour $\lambda=1$) :

$$\sum_{s=1}^{M} w_s(\partial^2 C(\Psi, w)/\partial w_m \partial w_s) = 0, \quad m=1,\ldots,M. \tag{2.9}$$

Par 2.4, nous pouvons récrire 2.9 de la façon suivante :

$$\sum_{s=1}^{M} w_s(\partial x_m(\Psi, w)/\partial w_s) = 0, \qquad m=1,\ldots,M. \tag{2.10}$$

Cette dernière relation implique, avec une inégalité stricte à la relation 2.7 pour au moins un intrant, qu'au moins deux intrants sont substituts dans le processus de production (i.e. tous les intrants ne peuvent être complémentaires).

En dérivant partiellement $C(\Psi, \lambda w) = \lambda C(\Psi, w)$ par rapport à Ψ_n, puis par rapport à λ, on obtient (pour $\lambda=1$) :

$$\sum_{m=1}^{M} w_m(\partial^2 C(\Psi, w)/\partial \Psi_n \partial w_m) = \partial C(\Psi, w)/\partial \Psi_n, \; m=1,\ldots,M . \tag{2.11}$$

Puisque

$$\begin{aligned} \partial^2 C(\Psi, w)/\partial \Psi_n \partial w_m &= \partial^2 C(\Psi, w)/\partial w_m \partial \Psi_n \\ &= \partial[\partial C(\Psi, w)/\partial w_m]/\partial \Psi_n \\ &= \partial x_m(\Psi, w)/\partial \Psi_n, \end{aligned}$$

alors

$$\sum_{m=1}^{M} w_m(\partial^2 C(Y, w)/\partial Y_n \partial w_m) = \sum_{m=1}^{M} w_m(\partial x_m(Y, w)/\partial Y_n) \qquad (2.12)$$

$$= \partial C(Y, w)/\partial Y_n > 0, \quad n=1,\ldots,N.$$

L'inégalité 2.12 découle de la propriété 6 de la fonction de coût et signifie que les changements dans les demandes d'intrants induits par une augmentation de la production ne peuvent être tous négatifs; autrement dit les intrants ne peuvent être tous inférieurs.

Enfin, l'homogénéité de degré un implique par le théorème d'Euler la relation suivante (pour $\lambda=1$) :

$$\sum_{m=1}^{M} w_m(\partial C(Y, w)/\partial w_m) = C(Y, w). \qquad (2.13)$$

2.2 L'approximation translogarithmique d'une fonction de coût

La section précédente nous renseigne sur la nature de la fonction de coût, sur les arguments qu'elle contient et sur les propriétés qu'elle possède mais ne nous dit rien sur la forme fonctionnelle de celle-ci. Aux fins de l'estimation économétrique d'une telle fonction, Christensen, Jorgensen et Lau (1973) proposent d'approximer le logarithme de la fonction par une expansion en séries de Taylor autour d'un point. Ce genre d'approximation permet de tester plusieurs hypothèses concernant la nature de la technologie. Ainsi, une telle approximation permet divers tests concernant l'homothéticité de la technologie, admet tous les types de rendements d'échelles de même que des élasticités de substitution variables entre les intrants. Elle permet aussi l'analyse de la technologie dans le cas d'une production de plusieurs extrants[1]. Enfin, la plupart des analyses empiriques de la structure des coûts des entreprises de transport ont été réalisées à l'aide d'une approximation translogarithmique.

Intéressons-nous pour le moment à une fonction quelconque $g(z)$, $z = z_1, \ldots, z_i, \ldots, z_I$.

---

[1] Ce qui n'est pas le cas pour la plupart des appproximations développées à ce jour.

On a bien sûr que :

$$g(z) = g(e^{\ell nz_1}, \ldots, e^{\ell nz_I}). \tag{2.14}$$

Prenant la transformation logarithmique de (2.14) on obtient :

$$\begin{aligned} \ell ng(z) &= \ell ng(e^{\ell nz_1}, \ldots, e^{\ell nz_I}) \\ &= h(\ell nz_1, \ldots, \ell nz_I) \\ &= h(\ell nz). \end{aligned} \tag{2.15}$$

Étant donné 2.15, l'approximation translogarithmique de $\ell ng(z)$ correspond à l'expansion en séries de Taylor de la fonction h autour d'un point quelconque z_o, soit :

$$\begin{aligned} \ell ng(z) = h(\ell nz) \approx \bar{h}(\ell nz) = h(\ell nz_o) &+ \sum_{i=1}^{I} \bar{h}_i(\ell nz_o)(\ell nz_i - \ell nz_{io}) \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{I} \bar{h}_{ij}(\ell nz_o)(\ell nz_i - \ell nz_{io})(\ell nz_j - \ell nz_{jo}) \\ &+ \text{termes d'ordres plus élevés } (\approx 0) . \end{aligned} \tag{2.16}$$

où $\bar{h}(\ell nz_o)$ représente la valeur de la fonction au point z_o;

$\bar{h}_i(\ell nz_o)$ et $\bar{h}_{ij}(\ell nz_o)$ représentent respectivement les dérivées première et seconde de la fonction h évaluées au point z_o.

On suppose les termes d'ordre supérieur à 2 comme étant très petits ou nuls[1] si bien qu'on approxime $h(\ell nz)$ par $\bar{h}(\ell nz)$, d'où l'approximation translogarithmique de $\ell ng(z)$. Dans la plupart des cas, on choisit la moyenne arithmétique des variables comme point autour duquel on approxime la fonction $\ell ng(z)$.

Une fonction $\bar{h}(\ell nz)$ représente une approximation valable de second ordre d'une fonction $h(\ell nz)$ si la valeur de $\bar{h}(\ell nz)$, son gradient et la

---

[1] Ceux-ci correspondent aux dérivées d'ordre supérieur à 2 de la fonction.

hessienne de celle-ci, évalués au point z_0, égalent la valeur, le gradient et la hessienne de h(ℓnz) évalués à ce même point, soit :

$$\begin{aligned} \bar{h}(\ell n z_0) &= h(\ell n z_0) \\ \bar{h}_i(\ell n z_0) &= h_i(\ell n z_0), \quad i=1,\ldots,n \\ \bar{h}_{ij}(\ell n z_0) &= h_{ij}(\ell n z_0), \quad i,j=1,\ldots,n \ . \end{aligned} \tag{2.17}$$

De plus, $\bar{h}(\ell nz)$ constitue une forme fonctionnelle dite "flexible" de la fonction h(ℓnz) si elle contient un nombre suffisant de paramètres libres pour que la valeur de la fonction, le gradient et la hessienne puissent être quelconques, soit $1+I+I^2$ paramètres libres.

Retournons maintenant à la fonction de coût définie en 2.1. Comme $\Psi_n = \Phi_n(Y_n, q_n)$, on peut substituer cette expression dans $C(\Psi, w)$:

$$\begin{aligned} C(\Psi, w) &= C(\Psi_1,\ldots,\Psi_N, w_1,\ldots,w_M) \\ &= C(\Phi_1(Y_1, q_1),\ldots, \Phi_N(Y_N, q_N), w_1,\ldots,w_M) \\ &= \tilde{C}(Y_1,\ldots,Y_N, q_1,\ldots,q_N, w_1,\ldots,w_M) \ . \end{aligned} \tag{2.18}$$

Le logarithme de la fonction $\tilde{C}$ est alors approximé par une expansion en séries de Taylor du type 2.16. Cependant, étant donné la nature multi-produit de $\tilde{C}$, une telle approximation est inutilisable lorsqu'au moins une des mesures de la production (y_n) est nulle. De plus, à une mesure de production (y_n) nulle sont associées des mesures de qualité qui sont aussi nulles. Alors, plutôt que d'utiliser le logarithme des variables y et q, Caves, Christensen et Tretheway (1980) proposent d'appliquer une transformation Box-Cox sur ces dernières.[1] Compte tenu de ces corrections, correspond au logarithme de la fonction $\tilde{C}$, l'approximation translogarithmique

---

[1] La transformation Box-Cox de la variable X est donnée par $(X^{\Theta}-1)/\Theta$ et est définie pour X=0 lorsque $\Theta > 0$. De plus, $\lim_{\Theta\to 0} (X^{\Theta}-1)/\Theta = \ell nX$.

hybride suivante :

$$\ell n\tilde{C}(Y, q, w) \simeq \alpha_0 + \sum_{n=1}^{N} \alpha_n \frac{\left((Y_n/\bar{Y}_n)^{\Theta_1} - 1\right)}{\Theta_1} + \sum_{m=1}^{M} \beta_m \ell n(w_m/\bar{w}_m)$$

$$+ \sum_{u=1}^{U} \tau_u \frac{\left((q_u/\bar{q}_u)^{\Theta_2} - 1\right)}{\Theta_2} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{N} \sum_{t=1}^{N} A_{nt} \frac{\left((Y_n/\bar{Y}_n)^{\Theta_1} - 1\right)}{\Theta_1} \frac{\left((Y_t/\bar{Y}_t)^{\Theta_1} - 1\right)}{\Theta_1}$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{M} \sum_{s=1}^{M} E_{ms} \ell n(w_m/\bar{w}_m) \ell n(w_s/\bar{w}_s)$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{u=1}^{U} \sum_{v=1}^{U} H_{uv} \frac{\left((q_u/\bar{q}_u)^{\Theta_2} - 1\right)}{\Theta_2} \frac{\left((q_v/\bar{q}_v)^{\Theta_2} - 1\right)}{\Theta_2}$$

$$+ \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{M} B_{nm} \frac{\left((Y_n/\bar{Y}_n)^{\Theta_1} - 1\right)}{\Theta_1} \ell n(w_m/\bar{w}_m) \qquad (2.19)$$

$$+ \sum_{n=1}^{N} \sum_{u=1}^{U} C_{nu} \frac{\left((Y_n/\bar{Y}_n)^{\Theta_1} - 1\right)}{\Theta_1} \frac{\left((q_u/\bar{q}_u)^{\Theta_2} - 1\right)}{\Theta_2}$$

$$+ \sum_{m=1}^{M} \sum_{u=1}^{U} F_{mu} \ell n(w_m/\bar{w}_m) \frac{\left((q_u/\bar{q}_u)^{\Theta_2} - 1\right)}{\Theta_2}$$

avec $q_u = q_r^n$, $u=1,\ldots,U$, $U=NR$

$n=1,\ldots,N$

$r=1,\ldots,R$

et $\Theta_1 > 0$, $\Theta_2 > 0$.

Cette fonction constitue une approximation translogarithmique de la fonction de coût multi-produit $\tilde{C}$. En outre, elle admet que certaines mesures de production et de qualité soient nulles.

Pour assurer l'homogénéité de degré 1 de $\tilde{C}$ on impose, au moment de l'estimation, les conditions nécessaires et suffisantes suivantes à 2.19:

$$\sum_{m=1}^{M} \beta_m = 1$$

$$\sum_{m=1}^{M} E_{ms} = 0, \quad s=1,\ldots,M \qquad (2.20)$$

$$\sum_{m=1}^{M} B_{nm} = 0, \quad n=1,\ldots,N$$

$$\sum_{m=1}^{M} F_{mu} = 0, \quad u=1,\ldots,U .$$

De plus, on a par le théorème de Young que :

$$\begin{aligned} A_{nt} &= A_{tn} \\ E_{ms} &= E_{sm} \qquad (2.21) \\ H_{uv} &= H_{vu} \end{aligned}$$

À partir des dérivées premières de 2.19 on obtient, par le lemme de Shephard, les fonctions de parts d'intrants. Ainsi, sachant que

$$\partial \tilde{C}(Y, q, w)/\partial w_m = x_m(Y, q, w) \quad , \quad m=1,\ldots,M \ , \qquad (2.22)$$

alors,

$$\frac{\partial \ell n \tilde{C}(Y, q, w)}{\partial \ell n w_m} = \frac{\partial \tilde{C}(Y, q, w)}{\partial w_m} \frac{w_m}{\tilde{C}} = \frac{x_m w_m}{\tilde{C}} \ , \quad m=1,\ldots,M \ . \qquad (2.23)$$

En appliquant la relation 2.23 à la fonction de coût 2.19, on obtient les fonctions de part d'intrants correspondantes, soit :

$$\frac{x_m w_m}{\tilde{C}} = \beta_m + \sum_{s=1}^{M} E_{ms} \ell n (w_s/\bar{w}_s) + \sum_{n=1}^{N} B_{nm} \frac{\left((Y_n/\bar{Y}_n)^{\Theta_1} - 1\right)}{\Theta_1} \qquad (2.24)$$

$$+ \sum_{u=1}^{U} F_{mu} \frac{\left((q_u/\bar{q}_u)^{\Theta_2} - 1\right)}{\Theta_2} \ , \quad m=1,\ldots,M \ .$$

2.3 Estimation économétrique d'une fonction de coût

Les paramètres d'une fonction de coût telle que définie par 2.19, 2.20 et 2.21 peuvent être obtenus par la méthode des moindres carrés ordinaires. Cependant, l'estimation de la seule fonction de coût néglige l'information contenue dans les fonctions de parts d'intrants. Pour cette raison, Christensen et Greene (1976) proposent d'estimer conjointement la fonction de coût et les fonctions de part d'intrants associées par une méthode due à Zellner (1962). Le fait de considérer les fonctions de part d'intrants permet d'augmenter le nombre de degrés de liberté puisque les paramètres des fonctions de part sont un sous-ensemble des paramètres de la fonction de coût.

Afin de procéder à l'estimation des fonctions de coût et de parts d'intrants, on ajoute à chaque équation un terme d'erreur aléatoire. La méthode de Zellner tient compte de la corrélation entre les termes d'erreurs aléatoires d'une même observation (entreprise). Toutefois, comme la somme des parts est toujours égale à un, la somme des termes d'erreurs aléatoires des fonctions de parts est égale à zéro, ce qui rend la matrice variance-covariance des erreurs singulière. Pour contourner cette difficulté, Barten (1969) propose de laisser tomber une des fonctions de parts et démontre que les résultats obtenus sont invariants de la part qu'on laisse tomber, tant et aussi longtemps que les résultats correspondent à ceux obtenus par une méthode de maximum de vraisemblance. Par ailleurs, Kmenta et Gilbert (1968) ont démontré que la méthode itérative de Zellner donne des résultats correspondant à un maximum de vraisemblance. Ainsi, l'estimation de 2.19 conjointement avec 2.24 par la méthode itérative de Zellner et ce, en laissant tomber une des fonctions de parts, constitue une procédure valable qui considère toute l'information disponible.

On a vu à la section 2.1 que la fonction de coût possède de nombreuses propriétés qu'on peut soit tester soit imposer. Parmi ces dernières, soulignons que les conditions 2.20 et 2.21 imposées à la fonction de coût assurent la propriété 2 (homogénéité de degré 1 en w). Les propriétés 1, 3 et 6 peuvent difficilement être imposées avant l'estimation mais peuvent faire l'objet de tests une fois les résultats obtenus. Par exemple, la propriété 3 est vérifiée si les parts d'intrants calculées sont positives pour toutes les entreprises composant l'échantillon. L'observation des propriétés 5 et 7 est assurée étant donné la forme fonctionnelle de la fonction estimée (translogarithmique). Enfin, la concavité en w de la fonction de coût peut être imposée à cette dernière (Jorgensen et Fraumeni (1981)). Toutefois, les résultats obtenus sont très sensibles à la manière dont cette contrainte est imposée. Par exemple, la méthode adoptée par Jorgenson et Fraumeni peut mener à des mesures inacceptables d'élasticités

de substitution et d'élasticités-prix des intrants (Diewert et Wales (1987)). De plus, peu importe la méthode employée, l'imposition ex-ante de la concavité se fait au détriment de la flexibilité. Pour toutes ces raisons, il apparaît préférable de vérifier ex-post si l'approximation de la fonction de coût est concave en w.

À une fonction de coût au moins deux fois continûment différentiable et concave en w, correspond une matrice de dérivées secondes par rapport à chacun des éléments de w qui est négative semi-définie. Étant donné que la fonction 2.19 est une approximation du logarithme de la fonction de coût $\tilde{C}$, on doit pouvoir retrouver à partir de la matrice des dérivées secondes de $\ell n\tilde{C}(Y, q, w)$ la matrice des dérivées secondes de $\tilde{C}(Y, q, w)$. Ainsi, en définissant $\tilde{C}_m = \partial\tilde{C}(Y, q, w)/\partial w_m$ et $\tilde{C}_{ms} = \partial^2\tilde{C}(Y, q, w)/\partial w_m\, \partial w_s$, on a la relation suivante :

$$\frac{\partial^2 \ell n\tilde{C}(Y, q, w)}{\partial \ell nw_m\, \partial \ell nw_s} = \frac{\delta_{ms}\, w_m\, \tilde{C}_m}{\tilde{C}} - \frac{w_m\, w_s\, \tilde{C}_m\, \tilde{C}_s}{(\tilde{C})^2} + \frac{w_m\, w_s\, \tilde{C}_{ms}}{\tilde{C}}, \quad \begin{matrix} m=1,\ldots,M \\ s=1,\ldots,M \end{matrix} . \qquad (2.25)$$

avec $\delta_{ms} = 1$ si $m=s$ et $\delta_{ms} = 0$ si $m\neq s$.

Si bien que

$$\tilde{C}_{ms} = \left[\frac{\partial^2 \ell n\tilde{C}(Y, q, w)}{\partial \ell nw_m\, \partial \ell nw_s} + \frac{w_m\, w_s\, \tilde{C}_m\, \tilde{C}_s}{(\tilde{C})^2} - \frac{\delta_{ms}\, w_m\, \tilde{C}_m}{\tilde{C}}\right] \frac{\tilde{C}}{w_m\, w_s}$$

$$\begin{matrix} m=1,\ldots,M \\ s=1,\ldots,M \end{matrix} \qquad (2.26)$$

$$\text{avec} \quad \tilde{C}_m = \frac{\partial \ell n\tilde{C}(Y, q, w)}{\partial \ell nw_m} \frac{\tilde{C}}{w_m}, \quad \tilde{C}_s = \frac{\partial \ell n\tilde{C}(Y, q, w)}{\partial \ell nw_s} \frac{\tilde{C}}{w_s} .$$

La fonction de coût est globalement concave lorsque la matrice $\tilde{C}_{ms}$ est négative semi-définie pour toutes les observations composant

l'échantillon. Cependant, il peut arriver que cette propriété ne soit pas vérifiée pour certaines observations. Les résultats obtenus peuvent néanmoins être considérés comme valables (Wales (1977)).

3. L'ANALYSE DE LA RÉGLEMENTATION : TROIS APPLICATIONS À PARTIR DE LA FONCTION DE COUT TRANSLOGARITHMIQUE

3.1 Rendements d'échelle

Le type de rendements d'échelle présent dans l'industrie du transport par camion est une donnée fondamentale pour l'analyse de la réglementation de cette industrie. Lorsqu'on considère une déréglementation partielle ou totale de l'industrie du transport par camion, la question qui soulève le plus de discussions concerne la structure industrielle qui émergera suite à la déréglementation. La présence de rendements constants ou décroissants permet d'anticiper une concentration industrielle plus faible une fois l'industrie déréglementée. Par contre, des rendements d'échelle croissants laissent anticiper une concentration accrue de l'industrie une fois cette dernière soumise aux lois de la libre concurrence. L'analyse des rendements d'échelle revêt donc une importance particulière.

Les résultats obtenus de l'estimation d'une fonction de coût et des fonctions de parts d'intrants qui y sont associées permettent l'analyse en profondeur des rendements d'échelle. En général, les rendements d'échelle sont définis à partir de l'élasticité du coût total par rapport à la production :

$$\varepsilon_{Cy} = \partial \ell n \tilde{C}(y, q, w)/\partial \ell n y \, . \qquad (3.1)$$

Ceux-ci sont donnés par :

$$S = \tilde{C}(y^*, q^*, w^*)/(y^* \partial \tilde{C}(y^*, q^*, w^*)/\partial y)$$

$$= \frac{1}{(y^* \partial \tilde{C}(y^*, q^*, w^*)/\partial y)/\tilde{C}(y^*, q^*, w^*)} \qquad (3.2)$$

$$= \frac{1}{\partial \ell n \tilde{C}(y^*, q^*, w^*)/\partial \ell n y}$$

$$= \frac{1}{\varepsilon^*_{cy}}$$

où ε^*_{cy} représente l'élasticité de $\tilde{C}$ par rapport à y au point (y^*, q^*, w^*), y étant ici un scalaire.

Ainsi, les rendements d'échelle sont croissants, constants ou décroissants selon que S est plus grand, égal ou plus petit que 1. La définition 3.2 est opérationnelle dans la mesure où la technologie employée engendre la production d'un seul bien ou service. Lorsque la technologie est multi-produit, une définition alternative des rendements d'échelle est employée (Baumol, Panzar et Willig (1982)), soit :

$$S'(Y^*, w^*, q^*) = \tilde{C}(Y^*, q^*, w^*) / \sum_{n=1}^{N} Y^*_n \, (\partial \tilde{C}(Y^*, q^*, w^*)/\partial Y_n) \; . \qquad (3.3)$$

$$\text{Comme} \quad \frac{\partial \tilde{C}(Y^*, q^*, w^*)}{\partial Y_n} = \tilde{C}(Y^*, q^*, w^*) \, \frac{\partial \ell n \tilde{C}(Y^*, q^*, w^*)}{\partial Y_n} \quad , \qquad (3.4)$$

alors, on peut récrire 3.3 comme suit :

$$S' = 1 \Big/ \sum_{n=1}^{N} Y^*_n \, (\partial \ell n \tilde{C}(Y^*, q^*, w^*)/\partial Y_n) \; . \qquad (3.5)$$

Pour la fonction de coût translogarithmique 2.19, la mesure des rendements d'échelle est donnée par :

$$S' = 1 \Big/ \left[\sum_{n=1}^{N} (Y_n^*/\bar{Y}_n)^{\Theta_1} \left(\alpha_n + \frac{1}{2} \sum_{t=1}^{N} A_{nt} \frac{\left((Y_t^*/\bar{Y}_t)^{\Theta_1} - 1 \right)}{\Theta_1} + \sum_{m=1}^{M} B_{nm} \ln(w_m^*/\bar{w}_m) + \sum_{u=1}^{U} C_{nu} \frac{\left((q_u^*/\bar{q}_u)^{\Theta_2} - 1 \right)}{\Theta_2} \right) \right] . \qquad (3.6)$$

Ici encore, la technologie est caractérisée par des rendements d'échelle croissants, constants ou décroissants selon que S' est plus grand, égal ou inférieur à un.

La présence de termes en Y, w et q dans l'équation 3.6 signifie qu'il est impossible de caractériser globalement[1] les rendements d'échelle, puisque ces derniers varient en fonction du niveau de production, des prix des intrants et des mesures de qualités de la production. Par exemple, les paramètres α_n caractérisent les rendements d'échelle pour une entreprise moyenne, mais ces paramètres ne constituent pas une mesure adéquate des rendements d'échelle pour des entreprises loin de la moyenne.

Pour pallier à cette difficulté, il est plus facile d'analyser les rendements d'échelle à l'aide de la fonction de coût moyen. Ainsi, pour une technologie d'un seul produit, la fonction de coût moyen est donnée par :

$$CM(y, q, w) = \tilde{C}(y, q, w)/y \qquad (3.7)$$

qu'on peut récrire

$$\ln CM(y, q, w) = \ln \tilde{C}(y, q, w) - \ln y . \qquad (3.8)$$

L'élasticité du coût moyen par rapport à la production au point (y^*, q^*, w^*) correspond à :

---

[1] i.e. peu importe les valeurs prises par Y, w et q.

$$\varepsilon^{*}_{CM,y} = \frac{\partial \ell n CM(y^*, q^*, w^*)}{\partial \ell n y} = \frac{\partial \ell n \breve{C}(y^*, q^*, w^*)}{\partial \ell n y} - 1$$

$$= \varepsilon^{*}_{cy} - 1 \ . \qquad (3.9)$$

Les rendements sont croissants, constants ou décroissants selon que $\varepsilon^{*}_{CM,y}$ est plus petit, égal ou plus grand que zéro. Autrement dit, lorsque la pente de la fonction de coût moyen est négative (nulle ou positive) on est en présence de rendements d'échelle croissants (constants ou décroissants).

Lorsque la technologie est multi-produit, la fonction de coût moyen 3.7 est inopérante. En effet, l'utilisation au dénominateur d'une mesure agrégée de la production peut entraîner l'addition de quantités difficilement comparables. Par exemple, dans le domaine du transport par camion, il n'est pas concevable d'additionner ensemble le nombre de tonnes-kilomètres transportées de courrier et de machinerie lourde. Pour cette raison, un concept alternatif de coûts moyens a été suggéré par Baumol, Panzar et Willig (1982) : le coût moyen de rayon ("ray average cost"). Pour introduire ce concept, il faut d'abord définir un vecteur de production composite soit $Y^o = (Y^o_1, Y^o_2, \ldots, Y^o_N)$.[1] La fonction de coût moyen de rayon est alors donnée par :

$$CMR(\lambda Y^o, q, w) = \breve{C}(\lambda Y^o, q, w)/\lambda, \ \lambda > 0 \ . \qquad (3.10)$$

Cette fonction définit les coûts moyens le long d'un rayon pour lequel les proportions de chaque produit sont constantes à l'intérieur de la production totale. Évidemment, lorsque $\lambda=1$, $CMR(\lambda Y^o, q, w)=\breve{C}(\lambda Y^o, q, w)$. À titre d'exemple, la figure 1 ci-dessous illustre, pour une technologie de deux produits (Y_1 et Y_2), la fonction de coût moyen de rayon (CMR) et la fonction de coût total et ce, le long d'un rayon (OR) pour lequel chaque produit est en proportion fixe.

---

[1] Le choix du vecteur de production composite est arbitraire.

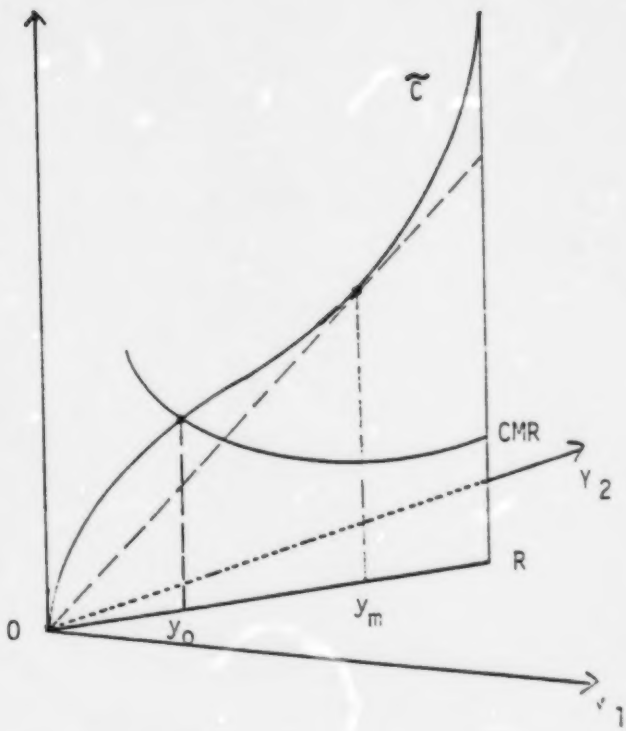

Figure 1 : Fonctions de coût moyen de rayon (CMR) et de coût total ($\tilde{C}$) le long d'un rayon (OR) pour lequel chaque produit est en proportion fixe.

Tout comme dans le cas de la production d'un seul produit, on peut relier à la fonction de coût moyen de rayon la mesure des économies d'échelle. D'abord, en transformant sous forme logarithmique 3.10 on obtient :

$$\text{£n}CMR(\lambda Y^o, q, w) = \text{£n}\tilde{C}(\lambda Y^o, q, w) - \text{£n}\lambda \ . \qquad (3.11)$$

Prenant la dérivée partielle de 3.11 par rapport à £nλ on obtient l'élasticité du coût moyen de rayon par rapport à λ, soit :

$$\varepsilon_{CMR,\lambda} = \frac{\partial \text{£n}\tilde{C}(\lambda Y^o, q, w)}{\partial\ \text{£n}\lambda} - 1 = \left[\sum_{n=1}^{N} \frac{\partial \text{£n}\tilde{C}(\lambda Y^o, q, w)}{\partial \lambda Y_n^o} \frac{\partial \lambda Y_n^o}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial \text{£n}\lambda}\right] - 1 \ . \qquad (3.12)$$

L'élasticité du coût moyen de rayon par rapport à λ évaluée au point (λ^*Y^O, q^*, w^*) est donc égale à :

$$\varepsilon^*_{CMR,\lambda} = \left[\sum_{n=1}^{N} \lambda^* Y_n^O \left(\partial \ell n \tilde{C}(\lambda^* Y^O, q^*, w^*)/\partial \lambda Y_n^O\right)\right] - 1 \qquad (3.13)$$

Tout comme précédemment, selon que $\varepsilon^*_{CMR,\lambda}$ soit négatif, nul ou positif, les rendements d'échelle sont croissants, constants ou décroissants.

Pour la fonction de coût translogarithmique hybride 2.19, $\varepsilon_{CMR,\lambda}$ est donnée (pour $Y_n^* = \lambda^* Y_n^O$, $q_u^* = \bar{q}_u$ et $w_m^* = \bar{w}_m$) par :

$$\varepsilon^*_{CMR,\lambda} = \left[\sum_{n=1}^{N} (\lambda^* Y_n^O/\bar{Y}_n)^{\Theta_1} \left(\alpha_n + \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{N} A_{nt} \frac{\left((\lambda^* Y_t^O/\bar{Y}_t)^{\Theta_1} - 1\right)}{\Theta_1}\right)\right] - 1 \qquad (3.14)$$

La fonction de coût moyen de rayon épouse une forme en U si pour des petites valeurs de λY^O la valeur de $\varepsilon^*_{CMR,\lambda}$ est négative avec dans ce cas $S > 1$ et pour des plus grandes valeurs de λY^O, $\varepsilon^*_{CMR,\lambda}$ prend une valeur positive ou nulle ($S < 1$).

3.2 Bénéficiaires de la réglementation

Le but avoué de la réglementation économique de plusieurs industries par les gouvernements est de protéger les intérêts des consommateurs. Cependant, certains auteurs, dont Stigler (1971) et Peltzman (1976), soutiennent que la réglementation économique est souvent mise en place à la suite de pressions par certains groupes si bien qu'elle servira surtout les intérêts de ces groupes. Ainsi, lorsqu'un gouvernement décide de réglementer une activité économique où les consommateurs ont peu ou pas de pouvoir en tant que groupe, alors la réglementation risque de bénéficier à un autre groupe que ces derniers.

En général, on distingue parmi trois grands groupes les bénéficiaires potentiels de la réglementation : les détenteurs de facteurs de productions (intrants), les propriétaires d'entreprises et les consommateurs. Plusieurs études démontrent que les tarifs dans l'industrie du transport par camion sont plus élevés qu'ils ne le seraient sans réglementation.[1] Cependant, il semble que les tarifs élevés n'entraînent pas des profits anormalement élevés mais soient plutôt le fait de coûts élevés à cause du sur-emploi des intrants qu'amène la réglementation. En fait, dans une étude américaine, Moore (1978) soutient que 75 % des coûts de la réglementation transmis aux expéditeurs puis aux consommateurs prennent la forme de transferts de revenus vers la main-d'oeuvre et les détenteurs de capital dans l'industrie du transport par camion.

Au Canada, Kim (1984) partant des résultats de l'estimation d'une fonction de coût translogarithmique arrive à la conclusion que le regime de réglementation économique de l'industrie du transport par camion bénéficie en grande partie aux détenteurs de facteurs de production (notamment la main-d'oeuvre). Pour mener à bien son étude, Kim part de l'hypothèse que la réglementation, en obligeant les retours à vide, des déplacements excessifs des camions et une sous-utilisation de la capacité de transport, exerce un impact négatif sur les qualités ou caractéristiques technologiques de la production (distance moyenne, poids moyen, etc.). Ainsi, à partir des paramètres estimés de la fonction de coût translogarithmique, il est possible d'évaluer l'élasticité de la demande de l'intrant x_m par rapport à la qualité de la production q_u. Cette élasticité est donnée par[2]:

$$\eta_{mu} = \tau_u + \frac{F_{mu}}{\beta_m} \qquad (3.15)$$

où η_{mu} est l'élasticité de l'intrant x_m par rapport à q_u évaluée au point $Y_n = \bar{Y}_n$, $w_m = \bar{w}_m$ et $q_u = \bar{q}_u$.

τ_u, F_{mu} et β_m sont des paramètres de l'équation 2.19.

---

1 Voir, entre autres, Sloss (1970), McLachlan (1972) et Maister (1978).
2 Ce résultat est démontré en annexe.

Une fois les η_{mu} (m=1,...,M et u=1,...,U) évalués, il est possible de déterminer si certaines qualités (q_u) ont un effet sur les demandes d'intrants. Par la suite, sous l'hypothèse que la réglementation affecte à la baisse les qualités, on peut conclure à l'effet de la réglementation sur les demandes d'intrants et ainsi déterminer si les facteurs de production bénéficient ou non de la réglementation. De plus, la méthode permet de déterminer lesquels parmi ces derniers bénéficient de la réglementation et dans quelle mesure.

Cette méthode possède au moins une lacune importante : elle suppose un effet négatif de la réglementation sur les qualités. Une méthodologie plus valable devrait dans une première étape mesurer l'effet de la réglementation sur les qualités de la production puis, au cours d'une seconde étape, mesurer par 3.15 l'effet des qualités sur les demandes d'intrants. Cette façon de procéder permettrait de juger plus adéquatement si certains intrants bénéficient de la réglementation. Toutefois, il faut noter qu'à ce jour, aucun auteur n'a développé de méthodologie permettant de mesurer l'effet de la réglementation sur les qualités de la production.

3.3 Croissance de la productivité

Une augmentation de la productivité signifie qu'avec les mêmes quantités d'intrants on peut produire davantage d'un bien ou d'un service. La croissance de la productivité implique donc des déplacements dans le temps de la fonction de transformation. L'analyse de ces déplacements peut se révéler particulièrement intéressante dans l'industrie du transport par camion. En fait, la réglementation de l'industrie du transport par camion, en isolant de la concurrence les entreprises formant l'industrie, peut s'avérer être une désincitation à innover au plan de la technologie. Par

conséquent, sous cette hypothèse, on devrait observer un taux de croissance de la productivité plus faible dans un environnement réglementé. Pour mesurer ces déplacements, on peut introduire une variable de tendance dans la fonction de transformation puis estimer celle-ci. Cependant, nous avons déjà indiqué les difficultés rencontrées lors de l'estimation d'une fonction de transformation. On sait par contre qu'à une fonction de transformation se déplaçant dans le temps correspond une fonction de coût se déplaçant aussi dans le temps. Ainsi, à une fonction de transformation du type 1.3 se déplaçant dans le temps correspond la fonction de coût suivante :

$$C = \tilde{C}(Y, q, w, T) \tag{3.16}$$

où C représente le coût total de produire Y étant donné les qualités q, les prix des intrants w et la date T, T étant un terme de tendance.

Prenant la dérivée totale du logarithme de cette équation par rapport au temps on obtient :

$$\frac{d\ell n\tilde{C}}{dT} = \sum_{n=1}^{N} \frac{\partial \ell n\tilde{C}}{\partial \ell nY_n} \frac{d\ell nY_n}{dT} + \sum_{m=1}^{M} \frac{\partial \ell n\tilde{C}}{\partial \ell nw_m} \frac{d\ell nw_m}{dT} \tag{3.17}$$

$$+ \sum_{u=1}^{U} \frac{\partial \ell n\tilde{C}}{\partial \ell nq_u} \frac{d\ell nq_u}{dT} + \frac{\partial \ell n\tilde{C}}{\partial T} .$$

Les trois premiers termes de 3.17 représentent le taux de changement dans les coûts dû au taux de changement des niveaux de production, des prix des intrants et des qualités de la production au cours du temps. Le dernier terme $(\partial \ell n\tilde{C}/\partial T)$ représente l'effet pur de la productivité ou du progrès technique.

On peut aussi mesurer l'impact qu'exerce sur la croissance de la productivité ou le progrès technique les intrants (I_m), le niveau de production (S_m) et les qualités de la production (Q_u) :

$$I_m = \frac{\partial}{\partial \ell n w_m}\left(\frac{\partial \ell n \tilde{C}}{\partial T}\right) = \frac{\partial^2 \ell n \tilde{C}}{\partial T \partial \ell n w_m}, \quad m=1,\ldots,M$$

$$S_n = \frac{\partial}{\partial \ell n Y_n}\left(\frac{\partial \ell n \tilde{C}}{\partial T}\right) = \frac{\partial^2 \ell n \tilde{C}}{\partial T \partial \ell n Y_n}, \quad n=1,\ldots,N \qquad (3.18)$$

$$Q_u = \frac{\partial}{\partial \ell n q_u}\left(\frac{\partial \ell n \tilde{C}}{\partial T}\right) = \frac{\partial^2 \ell n \tilde{C}}{\partial T \partial \ell n q_u}, \quad u=1,\ldots,U .$$

Ainsi, $I_m > 0$ indique que le progrès technique a eu pour effet de favoriser l'utilisation de l'intrant m ($I_m < 0$ signifiant le contraire). $I_m = 0$ implique la neutralité du progrès technique sur l'intrant m. Lorsque $S_n < 0$ ($S_n > 0$), alors la taille minimale optimale des entreprises s'accroît (décroît) au cours du temps. $S_n = 0$ indique qu'il n'y a pas eu de changement de la taille minimale optimale au cours du temps. Enfin, $Q_u > 0$ ($Q_u < 0$) implique un effet positif (négatif) de la qualité u sur le progrès technique ou la croissance de la productivité. $Q_u = 0$ implique la neutralité de q_u sur le progrès technique.

La fonction de coût 3.16 peut être approximée par la fonction translogarithmique hybride suivante :

$$\ell n \tilde{C}(Y, q, w, T) = \ell n \tilde{C}(Y, q, w) + \delta_T T + \frac{1}{2} J_{TT}(T)^2$$

$$+ \sum_{n=1}^{N} D_{nT} \frac{\left((Y_n/\bar{Y}_n)^{\Theta_1} - 1\right)}{\Theta_1} T + \sum_{m=1}^{M} G_{mT} \ell n(w_m/\bar{w}_m) T \qquad (3.19)$$

$$+ \sum_{u=1}^{U} I_{uT} \frac{\left((q_u/\bar{q}_u)^{\Theta_2} - 1\right)}{\Theta_2} T .$$

où $\ell n\tilde{C}(Y, q, w)$ est définie comme en 2.19 et $\sum_{m=1}^{M} G_{mT} = 0$ pour assurer l'homogénéité de degré 1 en w.

Appliquant 3.18 à l'équation 3.19 on obtient pour I_m, S_n et Q_u que :

$$\begin{aligned} I_m &= G_{mT}\,, & m&=1,\ldots,M \\ S_n &= D_{nT}\,(Y_n/\bar{Y}_n)^{\Theta 1}, & n&=1,\ldots,N \\ Q_u &= I_{uT}\,(q_u/\bar{q}_u)^{\Theta 2}, & u&=1,\ldots,U\,. \end{aligned} \tag{3.20}$$

De plus, l'effet résiduel du progrès technique non-expliqué par les intrants, la production ou les qualités de la production est donné par :

$$\frac{\partial \ell n\tilde{C}}{\partial T} = \delta_T + J_{TT}\,T\,, \tag{3.21}$$

avec $Y_n = \bar{Y}_n$, $w_m = \bar{w}_m$ et $q_u = \bar{q}_u$.

L'approximation de $\tilde{C}$ par 3.19 ne permet pas aux termes d'ordre deux de la fonction de varier dans le temps, si bien que I_m, S_n et Q_u sont constants dans le temps. Cette approximation peut donc limiter en partie l'analyse du progrès technique. À la place de 3.19, Stevensen (1980) et Friedlaender et Schur Bruce (1985) proposent d'utiliser une approximation translogarithmique du troisième ordre en conservant les seuls termes d'ordre trois qui implique le temps. Par ailleurs, afin d'identifier de manière plus rigoureuse les sources du progrès technique ou de la croissance de la productivité, Friedlaender et Schur Bruce (1985) approximent au troisième ordre (en laissant tomber les termes n'impliquant pas le temps) la fonction de coût suivante :

$$C = \tilde{C}(\omega, \mu, \phi) = \hat{C}(Y,q,w,T) \ , \qquad (3.22)$$

où $\omega_m = w_m e^{\varepsilon_m T}$, $\mu_u = q_u e^{\eta_u T}$ et $\phi_n = Y_n e^{\sigma_n T}$.

L'approximation au troisième ordre d'une fonction de coût du type de 3.22 est en fait une version contrainte de l'approximation au troisième ordre de la fonction de coût 3.16.

4. CONCLUSION

Le but de cette étude était de présenter une méthodologie utilisée pour l'analyse de la structure de la technologie dans l'industrie du transport par camion. Ainsi, partant du problème de minimisation des coûts nous avons dérivé la fonction de coût et avons démontré comment l'approximer à l'aide d'une expansion en séries de Taylor. De plus, nous avons montré comment, à partir de la connaissance de la structure de la technologie, on pouvait tirer certaines conclusions concernant la réglementation économique de l'industrie. Cette méthodologie contient toutefois certaines lacunes. D'abord, soulignons que l'approximation translogarithmique généralement employée n'assure pas la concavité en w de la fonction de coût. Diewert et Wales (1987) proposent une forme fonctionnelle qui assure la concavité de la fonction de coût sans toutefois imposer de contraintes additionnelles lors de l'estimation. Deuxièmement, cette méthodologie ne permet pas dans son état actuel de mesurer les effets de la réglementation sur les qualités de la production (q_u). Enfin, cette méthodologie suppose implicitement l'existence d'agrégats des mesures de la production cohérents au plan fonctionnel. Or, aucune étude portant sur l'industrie du transport par camion n'a à ce jour fait état de l'existence de tels agrégats. Les développements futurs de la méthodologie présentée ici doivent, croyons-

nous, aller dans ces trois directions. Les études 3 et 4 de cette thèse s'intéressent au problème de l'agrégation des mesures de la production alors que l'étude 2 discute de l'effet des qualités de la production (q_u) sur les coûts totaux.

ANNEXE

Elasticité de la demande de l'intrant x_m par rapport à la qualité q_u

À partir de la définition de l'élasticité, on a que

$$\eta_{mu} = \frac{\partial x_m}{\partial q_u}\frac{q_u}{x_m}, \qquad \begin{matrix} m=1,\ldots,M \\ u=1,\ldots,U \end{matrix} . \tag{A.1}$$

Par le lemme de Shephard, $x_m = \dfrac{\partial \tilde{C}}{\partial w_m}$, donc :

$$x_m = \frac{\partial \tilde{C}}{\partial w_m} = \frac{\partial \ell n \tilde{C}}{\partial \ell n w_m}\frac{\tilde{C}}{w_m} . \tag{A.2}$$

La dérivée partielle de 2.19 par rapport à $\ell n w_m$ nous donne :

$$x_m = \left[\beta_m + \sum_{s=1}^{M} E_{ms}\, \ell n\,(w_s/\bar{w}_s) + \sum_{n=1}^{N} B_{nm}\frac{\left((Y_n/\bar{Y}_n)^{\Theta_1} - 1\right)}{\Theta_1} + \sum_{u=1}^{U} F_{mu}\frac{(q_u/\bar{q}_u)^{\Theta_2} - 1}{\Theta_2}\right]\frac{\tilde{C}}{w_m}, \quad m=1,\ldots,M . \tag{A.3}$$

Maintenant, prenant la dérivée partielle de A.3 par rapport à q_u on obtient :

$$\frac{\partial x_m}{\partial q_u} = \left[\frac{F_{mu}}{q_u}\frac{\tilde{C}}{w_m}\right] + \left[\frac{\beta_m}{w_m}\frac{\partial \tilde{C}}{\partial q_u}\right], \qquad \begin{matrix} m=1,\ldots,M \\ u=1,\ldots,U \end{matrix} \tag{A.4}$$

avec $Y_n = \bar{Y}_n$, $w_s = \bar{w}_s$ et $q_u = \bar{q}_u$.

De plus, comme $\frac{\partial \tilde{C}}{\partial q_u} = \frac{\partial \ell n \tilde{C}}{\partial \ell n q_u} \frac{\tilde{C}}{q_u}$, alors on a que (pour $Y_n = \bar{Y}_n$, $w_m = \bar{w}_m$ et $q_u = \bar{q}_u$) :

$$\frac{\partial \tilde{C}}{\partial q_u} = \tau_u \frac{\tilde{C}}{q_u} , \quad u=1,\ldots,U . \tag{A.5}$$

En substituant $\frac{\partial \tilde{C}}{\partial q_u}$ dans A.4, utilisant A.5, et multipliant A.4 de chaque côté par $\frac{q_u}{x_m}$ on obtient :

$$\frac{\partial x_m}{\partial q_u} \frac{q_u}{x_m} = \frac{\tilde{C}}{w_m x_m} [F_{mu} + \beta_m \tau_u] , \quad \begin{matrix} m=1,\ldots,M \\ u=1,\ldots,U . \end{matrix} \tag{A.6}$$

Finalement, comme $\frac{w_m x_m}{\tilde{C}} = \beta_m$ (pour $Y_n = \bar{Y}_n$, $w_m = \bar{w}_m$ et $q_u = \bar{q}_u$) on retrouve facilement l'expression 3.14, soit :

$$\eta_{mu} = \frac{\partial x_m}{\partial q_u} \frac{q_u}{x_m} = \frac{F_{mu}}{\beta_m} + \tau_u , \quad \begin{matrix} m=1,\ldots,M \\ u=1,\ldots,U . \end{matrix} \tag{A.7}$$

ÉTUDE 2

ON THE RELEVANT ELASTICITY ESTIMATES FOR COST STRUCTURE ANALYSES OF THE TRUCKING INDUSTRY

INTRODUCTION

Most of the empirical studies of the technology and cost structure of the trucking industry rely on estimated cost functions obtained through a cross-sectional sample of firms[1]. However, since output in this industry is by nature heterogeneous, single aggregate output cost functions are not appropriate. For example, if total ton-kilometers carried by firms are considered the appropriate measure of aggregate output, two firms with the same level of output could very well have different total costs even when facing the same input prices: one firm could specialize in less-than-truckload (LTL) shipments over short distances, while the other in truckload (TL) shipments over long distances. Moreover, part of the difference in costs could be attributed to the difference in the mix of commodities carried by each firm. In order to take these characteristics into account, Spady and Friedlaender (1978) have introduced measures of output qualities into the cost function. Through a hedonic function which has as arguments output qualities variables "observed" aggregate output (total ton-kilometers) is converted into "effective" aggregate output. Effective output is then introduced into the cost function, a feature of what is commonly called a hedonic or technological cost function.

Since total ton-kilometers carried by firms is, by construction, the product of the number of shipments and two output qualities (average length of haul and shipment size), the use of ton-kilometers as observed aggregate output can lead to a false interpretation of the effects of these qualities on costs. Suppose, for instance, that we are interested in the effect of an increase in the average length of haul on costs. This effect could be measured by the elasticity of costs with respect to average length of haul. But, since the elasticity is evaluated at both a given number of ton-kilometers and a given average shipment size, an increase of the average length of haul cannot take place without a decrease in the number

---

[1] See, for instance, Spady and Friedlaender (1978,1981), Friedlaender and Wang Chiang (1983), Kim (1984), Friedlaender and Schur Bruce (1985), Daughety, Nelson and Vigdor (1985), and Daughety and Nelson (1988).

of shipments. Therefore, the computed effect is the sum of two distinct effects: the effect due to the augmentation of average length of haul and the effect due to the diminution of the number of shipments.

In this study, we present an alternative method of evaluating cost elasticities of output quality variables. This method computes elasticities at a given number of shipments rather than at a given number of ton-kilometers. Therefore, for these alternative cost elasticity evaluations, the number of shipments is considered as the basic measure of observed aggregate output. We believe that this alternative method eliminates the confusion around the interpretation of the effects of output qualities on costs, since these output qualities are shipment qualities and not ton-kilometer qualities.

1. ELASTICITIES OF COST WITH RESPECT TO OUTPUT AND OUTPUT QUALITIES

Consider the following cost function:[1]

$$C = C(Y,w,q) \qquad [1]$$

where C is total cost,
Y is total ton-kilometers carried by firms,
w is a vector of input prices,
q is a vector of output qualities.

In most of the studies cited above, the vector of output qualities contains the following variables: average length of haul, average shipment size, average load per truck, percentage tons shipped in LTL lots and insurance cost per ton-kilometer. These qualities are included into the cost function in order to take into account the heterogeneous nature of output in the trucking industry.

---

[1] This cost function is known as the "technological" cost function. The "hedonic" cost function is $\tilde{C}(\Psi,w)$, where $\Psi=\phi(Y,q)$. This distinction between the two cost functions was introduced by Spady and Friedlaender (1981). For a discussion on the technological/hedonic distinction, see Oum and Tretheway (1985).

Since we do not have a priori knowledge of the specific functional form of the cost function, relation [1] can be approximated by a translog form which represents a second-order Taylor series approximation to an unknown function. The translog form of [1] is given by:

$$\ell n\, C(Y,q,w) = \alpha_o + \alpha_Y \ell n(Y/\bar{Y}) + \sum_{s=1}^{m} \beta_s \ell n(w_s/\bar{w}_s) + \sum_{u=1}^{k} \gamma_u \ell n(q_u/\bar{q}_u)$$

$$+ \frac{1}{2} A_{YY}(\ell n(Y/\bar{Y}))^2 + \frac{1}{2} \sum_{s=1}^{m} \sum_{t=1}^{m} B_{st} \ell n(w_s/\bar{w}_s) \ell n(w_t/\bar{w}_t) \qquad [2]$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{u=1}^{k} \sum_{v=1}^{k} C_{uv} \ell n(q_u/\bar{q}_u) \ell n(q_v/\bar{q}_v) + \sum_{s=1}^{m} D_{Ys} \ell n(Y/\bar{Y}) \ell n(w_s/\bar{w}_s)$$

$$+ \sum_{u=1}^{k} E_{Yu} \ell n(Y/\bar{Y}) \ell n(q_u/\bar{q}_u) + \sum_{s=1}^{m} \sum_{u=1}^{k} F_{su} \ell n(w_s/\bar{w}_s) \ell n(q_u/\bar{q}_u)$$

where a bar stands for the arithmetic mean of the variables.[1] The usual homogeneity and symmetry restrictions should be imposed on [2] prior to its estimation.

q_1 - the average length of haul - may be computed as follows:

$$q_1 = Y/W \,, \qquad [3]$$

where Y is defined as above and
W is the total weight (in tons) carried by the firms.

Moreover, if we define q_2 as the average shipment size with:

$$q_2 = W/N \qquad [4]$$

where N is the total number of shipments,

---

[1] m and k are respectively the dimensions of input vector w and output qualities vector q.

then observed aggregate output could be written as the product of N, q_1 and q_2:

$$Y = N\, q_1\, q_2 \,. \qquad [5]$$

Almost all the studies cited above compute q_1 and q_2 using [3] and [4].

The form of the translog cost function enables us to compute directly the elasticities of cost with respect to output and output qualities. The elasticity of cost with respect to total ton-kilometers is given by:

$$\frac{\partial \ell nC(Y,q,w)}{\partial \ell nY} = \alpha_Y + A_{YY}\, \ell n(Y/\bar{Y}) + \sum_{s=1}^{m} D_{Ys}\, \ell n(w_s/\bar{w}_s) + \sum_{u=1}^{k} E_{Yu}\, \ell n(q_u/\bar{q}_u) \,. \qquad [6]$$

At the point of approximation ($Y=\bar{Y}$, $w_s=\bar{w}_s$ and $q_u=\bar{q}_u$), this elasticity is equal to α_Y.

Now, since $\ell nY=\ell nN + \ell nq_1 + \ell nq_2$ we can also compute the elasticity of cost with respect to N (the total number of shipments):

$$\frac{\partial \ell nC(Y,q,w)}{\partial \ell nN} = \frac{\partial \ell nC(Y,q,w)}{\partial \ell nY}\,\frac{\partial \ell nY}{\partial \ell nN} = \frac{\partial \ell nC(Y,q,w)}{\partial \ell nY} \,, \qquad [7]$$

since $\partial \ell nY/\partial \ell nN = 1$. As shown in [7], the elasticity of cost with respect to output is not affected by the basic ouptut measure used (Y or N). However, this conclusion is not valid for the elasticities of cost with respect to specific output qualities. These latter are given by:[1]

---

[1] For the hedonic cost function, the equalities corresponding to [7] and [8] are:

$$\frac{\partial \ell n\tilde{C}(\Psi,w)}{\partial \ell nN} = \frac{\partial \ell n\tilde{C}(\Psi,w)}{\partial \ell n\Psi}\,\frac{\partial \ell n\Psi}{\partial \ell nY}\,\frac{\partial \ell nY}{\partial \ell nN} = \frac{\partial \ell n\tilde{C}(\Psi,w)}{\partial \ell n\Psi}\,\frac{\partial \ell n\Psi}{\partial \ell nY} \qquad [7']$$

and

$$\frac{\partial \ell n\tilde{C}(\Psi,w)}{\partial \ell nq_u} = \frac{\partial \ell n\tilde{C}(\Psi,w)}{\partial \ell n\Psi}\left[\frac{\partial \ell n\Psi}{\partial \ell nq_u} + \frac{\partial \ell n\Psi}{\partial \ell nY}\,\frac{\partial \ell nY}{\partial \ell nq_u}\right], \qquad [8']$$

where $\Psi=\phi(Y,q)$.

$$\frac{\partial \ell nC(Y,q,w)}{\partial \ell nq_u} = \frac{\partial \ell nC(Y,q,w)}{\partial \ell nq_u}\Bigg|_{Y \text{ constant}} + \frac{\partial \ell nC(Y,q,w)}{\partial \ell nY}\frac{\partial \ell nY}{\partial \ell nq_u} \quad . \qquad [8]$$

For output qualities other than average length of haul and average shipment size $\partial \ell nY/\partial \ell nq_u = 0$. Therefore, from [2], the elasticities of cost with respect to output qualities other than average length of haul and average shipment size are:

$$\frac{\partial \ell nC(Y,q,w)}{\partial \ell nq_u} = \gamma_u + \sum_{v=1}^{k} C_{uv}\, \ell n(q_v/\bar{q}_v) + E_{Yu}\, \ell n(Y/\bar{Y}) + \sum_{s=1}^{m} F_{su}\, \ell n(w_s/\bar{w}_s) \quad , \; u=3,\ldots,k \quad . \qquad [9]$$

Again, at the point of approximation, these elasticities are equal to γ_u $(u=3,\ldots,k)$.

Let us now examine the special case of output qualities 1 and 2. Since for these qualities $\partial \ell nY/\partial \ell nq_u = 1$, equation [9] is no longer correct.[1] The appropriate measure is given by:

$$\frac{\partial \ell nC(Y,q,w)}{\partial \ell nq_u} = \alpha_Y + \gamma_u + (A_{YY} + E_{Yu})\, \ell n(Y/\bar{Y}) + \sum_{v=1}^{k} (C_{uv} + E_{Yv})\, \ell n(q_v/\bar{q}_v) + \sum_{s=1}^{m} (D_{Ys} + F_{su})\, \ell n(w_s/\bar{w}_s) \quad , \; u=1,2 \quad . \qquad [10]$$

At the point of approximation, these elasticities are equal to $\alpha_Y + \gamma_u$ $(u=1,2)$.

---

[1] In all the studies mentioned above, equation [9] was used to compute the elasticities of cost with respect to all output qualities, including average length of haul and average shipment size.

2. EMPIRICAL EVIDENCE

In order to illustrate the differences in the magnitudes of the elasticities computed by [9] and [10], we have estimated equation [2]. The regression was undertaken using a sample of 403 trucking firms from the provinces of Quebec and Ontario.[1] The following variables were included in the cost function:

Y : observed aggregate output (ton-kilometers);

w_1: price of fuel;

w_2: price of labour;

w_3: price of capital;

w_4: price of materials;

q_1: average length of haul (kilometers);

q_2: average shipment size (tons);

q_3: average load per truck (tons/vehicle-kilometer);

q_4: insurance (insurance cost/ton-kilometer);

C : total costs.

Equation [2] was estimated with its corresponding input share equations, using the iterative version of the Zellner (1962) procedure. Moreover, since input shares sum to 1, an input share equation was deleted in the estimation procedure in order to avoid the singularity of the estimated disturbance covariance matrix.

The first column of Table 1 presents the first-order parameter estimates of [2] (detailed results are available from the author upon request).

---

[1] Details about the sample are available from the author.

Table 1

Cost Function First-Order Parameter Estimates and Elasticities
(t-ratios in parentheses)

Variables	Parameters	Elasticities
Constant	17,1691 (191,06)	—
Y	0,9636 (24,58)	0,9636 (24,58)
w_1	0,1059 (16,32)	0,1059 (16,32)
w_2	0,2080 (21,05)	0,2080 (21,05)
w_3	0,3010 (29,08)	0,3010 (29,08)
w_4	0,3851 (29,07)	0,3851 (29,07)
q_1	-0,5872 (-6,37)	0,3764 (4,95)
q_2	-0,1403 (-3,38)	0,8233 (14,33)
q_3	-0,3752 (-5,01)	-0,3752 (-5,01)
q_4	0,1129 (2,76)	0,1129 (2,76)
R^2 (adjusted)		0,86
Number of estimated parameters		55
Number of observations		403

The second column of Table 1 presents the elasticities of cost with respect to all the variables evaluated at the point of approximation $(\bar{Y},\bar{w},\bar{q})$. Elasticities with respect to average length of haul and average shipment size were computed using [10]. Elasticities are equal to first-order parameters except for output qualities 1 and 2. In that case, elasticities are now equal to $\alpha_Y + \gamma_1$ and $\alpha_Y + \gamma_2$. Therefore, even if first-order parameters of output qualities 1 and 2 are negative and significant, the elasticities of cost with respect to these variables are positive and significant. This difference is attributable to the fact that γ_1 and γ_2 give elasticities evaluated at a given number of ton-kilometers, while the adequate elasticities are obtained when the number of shipments is fixed.

3. CONCLUSION

The results presented here are important when assessing the effects of economic deregulation on the cost structure of trucking firms. If, as it is the common practice, average length of haul (q_1) and shipment size (q_2) are viewed as proxies for network size and density, these variables could be considered as exogeneous for the firms under regulation. Since deregulation could seriously change the firms' network size and density, an important part of the effects of deregulation on costs could originate via q_1 and q_2. In order to correctly evaluate the effects of deregulation on the cost structure of trucking firms, the relevant question to ask is: What are the effects of changes in network size and density (due to deregulation) on costs of trucking firms, given that the same number of shipments is being carried? Of course, since the number of shipments is held constant, the qualities (distance and weight) of these shipments must change if network size and density have changed. Computed elasticities presented in the second column of Table 1 thus reflect the effects of changes in the qualities of shipments. When the number of ton-kilometers is held constant, the computed elasticities reflect the effects of changes in the qualities of the shipments and also of changes in the number of shipments.

Some of the authors cited in the introduction have argued that deregulation should increase average length of haul and shipment size. If this prediction is correct, elasticities of cost with respect to average length of haul and shipment size, given that the number of ton-kilometers is held constant, suggests that deregulation could reduce costs and, therefore, improve economic efficiency. On the other hand, the same elasticities, computed at a given number of shipments, suggests that deregulation would lead to higher costs, again if the above prediction is correct. Therefore, correct measures of the effects of output qualities on costs and of deregulation on output quality variables are essential to an adequate assessment of the total effects of deregulation.

ÉTUDE 3

SUR L'AGRÉGATION DES MESURES DE LA PRODUCTION

INTRODUCTION

Les économistes intéressés à la théorie de la firme ou à l'organisation industrielle ont longtemps considéré la technologie des entreprises en des termes relativement simples. Dans la plupart des cas, la technologie était représentée par une fonction de production Cobb-Douglas, Leontief ou C.E.S. Bien que la simplicité de ces fonctions soit un avantage certain, celles-ci limitent considérablement le potentiel des analyses puisqu'elles supposent implicitement plusieurs hypothèses sur la nature de la technologie. Par exemple, certaines de ces fonctions n'admettent qu'un seul produit, supposent des rendements d'échelle constants ou des élasticités de substitution constantes entre les facteurs. Cependant, depuis une quinzaine d'années, la recherche dans ce secteur important de la science économique a contribué à mettre au point des fonctions qui arrivent à caractériser la technologie des entreprises en des termes très généraux. Cette recherche a ses origines dans les travaux de Diewert (1971) et ceux de Christensen, Jorgensen et Lau (1973) portant sur l'approximation translogarithmique des fonctions de production ou de coût. Cette caractérisation de la technologie a été appliquée à bon nombre de domaines. En particulier, et pour répondre à la demande importante d'études scientifiques portant sur la déréglementation, celle-ci a été largement utilisée dans le domaine du transport, particulièrement le transport par camion[1].

La plupart des études empiriques réalisées jusqu'à maintenant à l'aide de cette méthodologie suppose que la technologie employée par les entreprises engendre la production d'un seul bien ou service. Dans certains cas, la mesure unique de production employée est corrigée par des qualités ou caractéristiques technologiques de la production (Spady et Friedlaender, 1978). Pourtant, bon nombre d'entreprises, particulièrement les entreprises de transport, produisent une multitude de biens ou services[2]. L'utilisation

---

[1] Voir, entre autres, Spady et Friedlaender (1978, 1981), Friedlaender et Wang Chiang (1983), Kim (1984), Friedlaender et Schur Bruce (1985), Daughety, Nelson et Vigdor (1985) et Daughety et Nelson (1988). Gagné (1988) présente une revue de cette méthodologie.

[2] Gillen, Oum et Tretheway (1987) ont considéré de manière explicite le caractère multi-produit de la technologie employée par les entreprises de transport aérien.

d'une mesure unique de la production, corrigée ou non, suppose implicitement l'existence d'un agrégat cohérent des diverses mesures de la production. Or, la méthodologie actuelle ne permet pas de supposer que l'emploi d'une seule mesure de la production donnera des résultats non biaisés concernant la structure de la technologie et des coûts. Autrement dit, rien n'assure la cohérence de l'agrégation au plan fonctionnel. De plus, cette méthodologie ne permet pas de présumer de l'existence même d'un agrégat cohérent des mesures de la production.

Cet essai s'intéresse au problème que soulève l'agrégation des mesures de la production. En fait, dans ce texte, nous remettons en question l'emploi d'une seule mesure agrégée de la production pour l'estimation de fonctions de coût d'entreprises où la technologie engendre la production de plusieurs biens ou services. Cette remise en question s'opère par le développement d'un test d'agrégation des mesures de la production. Le développement d'un nouveau test s'avère nécessaire puisque, comme nous le verrons, les tests connus, développés dans le but d'établir l'existence d'agrégats cohérents des facteurs de production, sont inadéquats pour déterminer l'existence d'agrégats cohérents des mesures de la production. Ainsi, à la section suivante (1), nous présentons les concepts de séparabilité et d'agrégation cohérente. À la section 2, nous présentons les tests d'agrégation connus (inspirés de la littérature sur l'agrégation des facteurs de production) et montrons pourquoi ces derniers sont inadéquats pour déterminer l'existence d'agrégats cohérents des mesures de la production. La section 3 présente un nouveau test d'agrégation des mesures de la production. Ce test est ensuite l'objet d'une évaluation statistique réalisée avec un nombre important d'échantillons générés aléatoirement (section 4). Enfin, une conclusion est présentée à la section 5.

1. AGRÉGATION ET SÉPARABILITÉ : PRÉSENTATION

L'utilisation de mesures agrégées de la production suppose au préalable la séparabilité de la fonction de production dans ces agrégats. Ainsi, considérons la fonction de transformation suivante :

$$f(y,x) \leq 0 , \qquad (1.1)$$

où y est un vecteur (Kx1) de mesures de production (extrants);

x est un vecteur (Mx1) d'intrants;

f est une fonction satisfaisant les conditions de régularité connues[1].

Pour définir la séparabilité, posons d'abord $I=\{1,\ldots,K\}$ l'ensemble des indices des éléments du vecteur y. Toute partition de y peut être décrite à l'aide d'un regroupement des éléments de I en des sous-ensembles mutuellement exclusifs $\{I_1,\ldots,I_n,\ldots,I_N\}$ avec $I_1 \cup \ldots \cup I_N = I$ et $I_n \cap I_t = \emptyset$ pour $n \neq t$. Par conséquent, une partition du vecteur y est donnée par $(y^{(1)},\ldots,y^{(n)},\ldots,y^{(N)})$, $y^{(n)}$ étant un sous-vecteur composé des éléments y_k, $k \in I_n$. Munis de cette définition, nous pouvons d'ores et déjà introduire la notion de séparabilité. Ainsi, la fonction f(y,x) est dite **faiblement séparable** par rapport à la partition $\{I_1,\ldots,I_N\}$ si et seulement si (Leontief, 1947a, 1947b; Sono, 1961; Green, 1964; Goldman et Uzawa, 1964):

$$\frac{\partial(f_k/f_r)}{\partial y_i} = 0, \qquad \text{pour tout } k,r \in I_n \text{ et } i \notin I_n,\ n = 1,\ldots,N \qquad (1.2)$$

$$\text{et} \quad \frac{\partial(f_k/f_r)}{\partial x_m} = 0, \qquad \text{pour tout } k,r \in I_n,\ n = 1,\ldots,N \text{ et pour tout } m,$$

où $f_k = \dfrac{\partial f(y,x)}{\partial y_k}$ et $f_r = \dfrac{\partial f(y,x)}{\partial y_r}$.

---

[1] Voir étude 1, section 2.1. De plus, on suppose ici que f est **strictement** croissante en y.

La fonction f(y,x) est par conséquent faiblement séparable par rapport aux sous-vecteurs $y^{(n)}$ (n = 1,...,N) lorsque le taux marginal de transformation (TMT) entre chaque paire d'extrants appartenant à $y^{(n)}$ est indépendant des quantités d'extrants n'appartenant pas à $y^{(n)}$ et des quantités d'intrants. Dans ce cas, la fonction de transformation peut s'écrire sous la forme :

$$f(y,x) \equiv F\,(g_1(y^{(1)}),\ \ldots,\ g_n(y^{(n)}),\ \ldots,\ g_N(y^{(N)}),\ x) \leq 0$$

$$\equiv F\,(Y_1,\ \ldots,\ Y_N,\ x) \leq 0\ , \qquad (1.3)$$

où $g_1,\ldots,g_N$ représentent les N fonctions d'agrégation;

$Y_1,\ldots,Y_N$ sont les agrégats formés à partir des éléments des sous-ensembles $y^{(1)}, \ldots, y^{(n)}, \ldots, y^{(N)}$.

Sous l'hypothèse que les conditions 1.2 sont vérifiées, un agrégat "cohérent" des éléments du sous-vecteur $y^{(n)}$ de la partition $\{I_1,\ldots,I_N\}$ existe pour la fonction f(y,x). Ce dernier correspond à $g_n(y^{(n)})$.

Par ailleurs, lorsque N > 3 la fonction f(y,x) est dite **fortement séparable** par rapport à la partition $\{I_1,\ldots,I_N\}$ si et seulement si :

$$\frac{\partial(f_k/f_r)}{\partial y_i} = 0, \text{ pour tout } k\in I_n,\ r\in I_t \text{ et } i\notin I_n \cup I_t,\ n,\ t = 1,\ldots,N \qquad (1.4)$$

et $\dfrac{\partial(f_k/f_r)}{\partial x_m} = 0$, pour tout $k\in I_n$, $r\in I_t$ et pour tout m .

La fonction f(x,y) est par conséquent fortement séparable par rapport à la partition $\{I_1,\ldots,I_N\}$ lorsque le TMT entre chaque paire d'extrants appartenant à $y^{(n)}$ ou $y^{(t)}$ est indépendant des quantités d'extrants n'appartenant pas à $y^{(n)}$ et $y^{(t)}$ et des quantités d'intrants. La forte séparabilité de f(y,x) nous permet d'écrire celle-ci sous la forme:

$$f(y,x) \equiv F(l_1(y^{(1)}) + \ldots + l_N(y^{(N)}), x) \leq 0 \qquad (1.5)$$

où $l_1,\ldots,l_N$ sont des fonctions d'agrégation des éléments des sous-ensembles $y^{(1)}, \ldots, y^{(N)}$.

Les relations 1.2 et 1.4 définissent, au plan fonctionnel, les conditions de séparabilité de la fonction de production 1.1 et, partant de là, permettent d'établir l'existence d'agrégats cohérents des mesures de la production. L'étape suivante consiste à utiliser ces résultats pour guider le développement d'un test d'agrégation des mesures de la production.

2. TEST D'AGRÉGATION CLASSIQUE

Au cours des dernières années, les travaux concernant les tests d'agrégation (ou de séparabilité) ont surtout porté sur le développement de méthodologies cherchant à démontrer l'existence d'agrégats cohérents des facteurs de production (Berndt et Christensen, 1974; Denny et Fuss, 1977; Blackorby, Schworm et Fisher, 1987). L'extension de ces méthodologies à des tests d'agrégation des mesures de la production est, peut-on lire dans certains de ces textes, évidente.

La procédure classique consiste d'abord à définir la fonction de coût correspondant à la fonction de transformation 1.1, soit[1] :

$$c(y,w) \equiv \min_x [w'x : f(y,x) \leq 0] \qquad (2.1)$$

où w est un vecteur (Mx1) de prix des intrants.

Dans un deuxième temps, on cherche à déterminer la fonction de coût correspondant à la fonction $F(Y_1, \ldots, Y_N, x)$. Pour ce faire, on pose le problème de la même manière que précédemment, soit :

---

[1] Voir Gagné (1988), section 2, pour une discussion de la fonction de coût.

$$C(Y_1, \ldots, Y_N, w) \equiv \min_x [w'x : F(Y_1, \ldots, Y_N, x) \leq 0] . \qquad (2.2)$$

$c(y,w)$ étant duale à $f(y,x)$ et $C(Y_1, \ldots, Y_N, w)$ à $F(Y_1, \ldots, Y_N, x)$, on peut donc établir la structure de séparabilité de $f(y,x)$ à partir de la fonction de coût. En fait , pour déterminer si les $y_n (n=1,\ldots,N)$ constituent des agrégats cohérents des mesures de la production, on applique les conditions de faible séparabilité 1.2 à $c(y,w)$ soit :

$$\frac{\partial (c_k/c_r)}{\partial y_i} = 0, \text{ pour tout } k,r \in I_n \text{ et } i \notin I_n, \; n = 1,\ldots,N \qquad (2.3)$$

$$\text{et } \frac{\partial (c_k/c_r)}{\partial w_m} = 0, \text{ pour tout } k,r \in I_n \text{ et } n = 1,\ldots,N \text{ et pour tout } m,$$

où $\frac{\partial c(y,w)}{\partial y_k}$ et $c_r = \frac{\partial c(y,w)}{\partial y_r}$ sont, respectivement, les fonctions de coût marginal par rapport à y_k et y_r.

Sous ces conditions, $C(Y_1, \ldots, Y_N, w) \equiv c(y,w)$ et, par conséquent, $F(Y_1, \ldots, Y_N, x) \equiv f(y,x)$.

Les conditions 2.3 se récrivent :

$$\frac{c_{ki}c_r - c_{ri}c_k}{c_r^2} = 0, \text{ pour tout } k,r \in I_n \text{ et } i \notin I_n, \; n = 1,\ldots,N \qquad (2.4)$$

$$\text{et } \frac{c_{km}c_r - c_{rm}c_k}{c_r^2} = 0, \text{ pour tout } k,r \in I_n , \; n = 1,\ldots,N \text{ et pour tout } m,$$

où $c_{ki} = \frac{\partial (c_k)}{\partial y_i}$, $c_{ri} = \frac{\partial (c_r)}{\partial y_i}$

$$c_{km} = \frac{\partial(c_k)}{\partial w_m}, \quad c_{rm} = \frac{\partial(c_r)}{\partial w_m}.$$

Or, comme $c_r^2 > 0$, alors les conditions de faible séparabilité de $c(y,w)$ et, partant de là, de $f(y,x)$ s'écrivent[1] :

$$\frac{c_{ki}}{c_{ri}} = \frac{c_k}{c_r}, \text{ pour tout } k,r \in I_n \text{ et } i \notin I_n, \; n = 1,\ldots,N \qquad (2.5)$$

$$\text{et } \frac{c_{km}}{c_{rm}} = \frac{c_k}{c_r}, \text{ pour tout } k,r \in I_n, \; n = 1,\ldots,N \text{ et pour tout } m .$$

La vérification empirique des conditions 2.5 peut s'opérer en s'inspirant d'une méthode due à Denny et Fuss (1977), même si ces derniers cherchaient à démontrer l'existence d'agrégats cohérents des facteurs de production. En fait, Denny et Fuss cherchent à établir la structure d'agrégation des facteurs de production lorsque la forme fonctionnelle de la fonction de coût est une approximation translogarithmique d'ordre deux du même type que celle utilisée dans les analyses de la structure de la technologie citée précédemment.

Afin de décrire cette méthode, posons d'abord $c^*(y,w,a)$, une approximation au moins deux fois continûment différentiable de $c(y,w)$ assurant globalement les propriétés de celle-ci tout en étant flexible[2], a représentant le vecteur des paramètres à estimer. $c^*(y,w,a)$ s'écrit

---

[1] Les conditions de faible séparabilité de la fonction de coût par rapport aux prix des intrants peuvent s'écrire en des termes analogues. Berndt et Christensen (1973) ont montré que ces mêmes conditions pouvaient également s'écrire en termes des élasticités de substitution. Evidemment, le concept d'élasticités de substitution étant propre aux intrants, il n'existe pas de conditions équivalentes à 2.5 en termes de ces élasticités.

[2] Une approximation est dite flexible lorsqu'elle contient un nombre suffisant de paramètres libres pour que la valeur de la fonction et les valeurs de ses dérivées premières et secondes soient quelconques au point d'approximation (Diewert, 1971, 1973). Barnett (1983) a montré que cette définition de la flexibilité était équivalente à la définition mathématique d'une approximation locale de second-ordre. Diewert et Wales (1987) ont montré que l'approximation translogarithmique était flexible, bien que cette dernière n'assure pas la concavité.

$c^*(y,w,\hat{a})$ une fois estimée par une méthode économétrique appropriée. Prenant les dérivées partielles de $c^*(y,w,\hat{a})$ par rapport à y_k ($k = 1, \ldots, K$), on obtient des approximations des fonctions de coût marginal, sous l'hypothèse que le comportement des dérivées d'une fonction puisse être inféré de manière adéquate à partir des dérivées de l'approximation. Ainsi, on a que :

$$\hat{c}_k = \frac{\partial c^*(y,w,\hat{a})}{\partial y_k}, \quad k = 1,\ldots,K \tag{2.6}$$

où $\hat{c}_k$ représente une approximation de la fonction de coût marginal par rapport à y_k.

De la même manière, on a que :

$$\hat{c}_{ki} = \frac{\partial^2 c^*(y,w,\hat{a})}{\partial y_k \, \partial y_i}, \quad k,i = 1,\ldots,K \tag{2.7}$$

$$\text{et } \hat{c}_{km} = \frac{\partial^2 c^*(y,w,\hat{a})}{\partial y_k \, \partial w_m}, \quad \begin{matrix} k = 1,\ldots,K \\ m = 1,\ldots,M \end{matrix}.$$

L'estimation économétrique de $c^*(y,w,a)$ permet par conséquent la vérification des conditions de faible séparabilité 2.5 et, partant de là, permet de déterminer l'existence d'agrégats cohérents des mesures de la production. Ainsi, en termes de l'approximation $c^*(y,w,\hat{a})$, ces conditions s'écrivent :

$$\frac{\hat{c}_{ki}}{\hat{c}_{ri}} = \frac{\hat{c}_k}{\hat{c}_r}, \text{ pour tout } k,r \in I_n \text{ et } i \notin I_n, \; n = 1,\ldots,N \tag{2.8}$$

$$\text{et } \frac{\hat{c}_{km}}{\hat{c}_{rm}} = \frac{\hat{c}_k}{\hat{c}_r}, \text{ pour tout } k,r \in I_n, \; n = 1,\ldots,N \text{ et pour tout } m.$$

Le test ci-dessus repose sur l'hypothèse que le comportement des dérivées de l'approximation d'une fonction est un prédicteur adéquat du comportement des dérivées de celle-ci. Or, selon White (1980) et Coleman (1985), bien qu'une approximation puisse être adéquate pour évaluer le **niveau** d'une fonction, rien n'assure que les dérivées de cette approximation soient aussi adéquates pour décrire le comportement des **dérivées** de cette même fonction.

Pour inférer de manière adéquate le comportement des dérivées de la fonction de coût, on peut, à partir d'une approximation de celle-ci, procéder directement à l'estimation d'approximations des dérivées. Par exemple, si l'objectif est de déterminer l'existence d'agrégats cohérents des facteurs de production, on doit approximer les dérivées de la fonction de coût par rapport aux prix des facteurs. Ainsi, prenant les dérivées de $c^*(y,w,a)$ par rapport à $w_m (m = 1, \ldots, M)$, on obtient des approximations des dérivées de la fonction de coût par rapport aux prix des facteurs, celles-ci respectant les propriétés de $c(y,w)$ si $c^*(y,w,a)$ respecte ces propriétés. Ces dérivées correspondent, par le lemme de Shephard (1953), aux fonctions de demande de facteurs, soit :

$$x_m(y,w) = \frac{\partial c^*(y,w,a)}{\partial w_m}, \quad m = 1, \ldots, M . \tag{2.9}$$

L'estimation conjointe des équations 2.9 est possible et permet la vérification des conditions de séparabilité de Leontief-Sono. Selon Coleman (1985), cette procédure donnera de meilleures approximations des dérivées de la fonction que celles obtenues des dérivées de l'approximation $c^*(y,w,\hat{a})$.

Cette procédure peut difficilement être utilisée dans le cadre d'un test d'agrégation des mesures de la production. Celle-ci exige en effet que les niveaux des dérivées de la foncton de coût (dans ce cas-ci, les coûts marginaux) soient connus. Or, semblables données sont rarement disponibles ou même observables à moins de faire certaines hypothèses sur la structure de l'industrie dans laquelle les firmes évoluent.

Par ailleurs, si la fonction $c^*(y,w,a)$ est spécifiée de telle sorte qu'elle contient tout juste assez de paramètres libres pour être considérée comme flexible, alors les formes fonctionnelles utilisées en guise d'approximations des fonctions $\partial c(y,w)/\partial y_k$ ($k = 1, \ldots, K$) et $\partial c(y,w)/\partial w_m$ ($m = 1, \ldots, M$) soit $\partial c^*(y,w,a)/\partial y_k$ et $\partial c^*(y,w,a)/\partial w_m$ ne peuvent être flexibles[1]. Par conséquent, $\partial c^*(y,w,a)/\partial y_k$ et $\partial c^*(y,w,a)/\partial w_m$ ne peuvent être considérées comme des approximations locales de second-ordre des fonctions $\partial c(y,w)/\partial y_k$ et $\partial c(y,w)/\partial w_m$.

À la section suivante, nous développons un test d'agrégation des mesures de la production fondé sur l'emploi, en guise d'approximations des fonctions de coût marginal, de formes fonctionnelles flexibles. De plus, de manière à disposer d'observations sur les niveaux des coûts marginaux, nous considérons deux situations de marché différentes : la concurrence et le monopole.

3. UN NOUVEAU TEST D'AGRÉGATION DES MESURES DE LA PRODUCTION

3.1 Présentation

Posons $h^*_{kr}(y,w)$, une approximation au moins une fois continûment différentiable de la fonction $\dfrac{\partial c(y,w)/\partial y_k}{\partial c(y,w)/\partial y_r}$ assurant globalement les propriétés de celle-ci tout en étant flexible[2]. Étant donné les conditions de faible séparabilité 2.3, la fonction $c(y,w)$ peut s'écrire $C(Y_1, \ldots, Y_N, w)$ lorsque :

---

[1] En général, les formes fonctionnelles utilisées en guise d'approximations contiennent tout juste assez de paramètres libres pour être considérées comme flexibles. Les paramètres supplémentaires n'ajoutent rien en terme de flexibilité, diminuent le nombre de degrés de liberté et augmentent le risque de multi-colinéarité.

[2] En particuler, $c(y,w)$ étant homogène de degré un par rapport à w, $\partial c(y,w)/\partial y_k$ et $\partial c(y,w)/\partial y_r$ sont aussi homogènes de degré un par rapport à w si bien que $\dfrac{\partial c(y,w)/\partial y_k}{\partial c(y,w)/\partial y_r}$ est homogène de degré zéro par rapport à w.

Aussi, $c(y,w)$ étant non décroissante en y_k ($k = 1, \ldots, K$), $h^*_{kr}(y,w)$ doit être non négative.

$$\frac{\partial h^*_{kr}(y,w)}{\partial y_i} = 0 \text{ , pour tout } k,r \in I_n \text{ et } i \notin I_n, \; n = 1,\ldots,N \qquad (3.1)$$

$$\text{et } \frac{\partial h^*_{kr}(y,w)}{\partial w_m} = 0 \text{ , pour tout } k,r \in I_n \text{ , } n = 1,\ldots,N \text{ et pour tout } m \text{ .}$$

Le test d'agrégation revient donc à déterminer empiriquement si le rapport entre deux fonctions de coût marginal, approximé par $h^*_{kr}(y,w)$, dépend ou non de variables n'appartenant pas au sous-ensemble des variables formant l'agrégat désiré. Il nous faut donc procéder à l'estimation des fonctions $h^*_{kr}(y,w)$ ces dernières, rappelons-le, satisfaisant les propriétés de la fonction de coût, puis vérifier si elles respectent les conditions 3.1.

Ce dernier test est différent de celui proposé par Denny et Fuss (1977) puisqu'il considère l'approximation du rapport de deux dérivées de la fonction de coût plutôt que le rapport entre deux dérivées d'une approximation de la fonction de coût. De plus, l'approximation employée est flexible.

Pour procéder à l'estimation des fonctions $h^*_{kr}(y,w)$, il nous faut disposer d'observations sur les niveaux des coûts marginaux de la firme à l'équilibre. Toutefois, comme nous l'avons déjà mentionné, de telles données ne sont pas disponibles à moins de faire des hypothèses particulières sur la nature des marchés dans lesquels les firmes évoluent.

3.2 Test d'agrégation en concurrence parfaite

En supposant que les firmes évoluent dans des conditions de concurrence parfaite, l'utilisation du test précédent est possible si l'on observe les prix des différents extrants y_k. En fait, la concurrence parfaite permet de supposer que les firmes opèrent de manière à ce que le coût marginal de l'extrant k(k = 1, ..., K) soit égal au prix de ce dernier

(p_k). Dans ces conditions, l'observation des prix des extrants revient à observer les coûts marginaux de ces mêmes extrants.

Pour réaliser le test d'agrégation, il suffit d'estimer les équations :

$$\frac{p_k}{p_r} = h^*_{kr}(y,w) + e_{kr}, \quad k,r = 1,\ldots,K \ , \quad (k < r) \tag{3.2}$$

où e_{kr} est un terme d'erreur aléatoire (dû aux erreurs d'optimisation et d'approximation) de moyenne nulle et de variance finie, puis de vérifier si ces dernières respectent les conditions 3.1.

3.3 Test d'agrégation en situation de monopole

Supposons que la firme détienne le monopole du marché k. Celle-ci est confrontée à la fonction de demande :

$$y_k = D_k(p_k, u) \ , \tag{3.3}$$

où u est un vecteur de variables, autre que p_k et exogènes à la firme, affectant la quantité demandée de l'extrant k;

D_k est la fonction de demande de l'extrant k;

y_k et p_k sont définis comme précédemment.

Compte tenu de 3.3, le problème de maximisation des profits de la firme s'écrit :

$$\begin{aligned} &\max_{y,x,p} \left[\sum_{k=1}^{K} p_k y_k - \sum_{m=1}^{M} w_m x_m : f(y,x) \leq 0, \ p_k = d_k(y_k,u) \right] \\ &\equiv \max_{y,p} \left[\sum_{k=1}^{K} p_k y_k - c(y,w) : p_k = d_k(y_k,u) \right] \qquad (3.4) \\ &\equiv \max_{y} \left[\sum_{k=1}^{K} d_k(y_k,u) y_k - c(y,w) \right] \end{aligned}$$

où $d_k(y_k,u)$ est la fonction inverse de demande ;

$$c(y,w) \equiv \min_{x} \left[\sum_{m=1}^{M} w_m x_m : f(y,x) \leq 0 \right] .$$

Sous l'hypothèse que les fonctions inverses de demande et la fonction de coût sont différentiables par rapport à y_k, les conditions de premier ordre du problème 3.4 impliquent les relations suivantes :

$$p_k + y_k \frac{\partial d_k(y_k,u)}{\partial y_k} = \frac{\partial c(y,w)}{\partial y_k} , \quad k = 1,\ldots,K , \tag{3.5}$$

qu'on peut récrire :

$$p_k = \mu_k(y_k,u) + \frac{\partial c(y,w)}{\partial y_k} , \quad k = 1,\ldots,K , \tag{3.6}$$

où $\mu_k(y_k,u) = -y_k \frac{\partial d_k(y_k,u)}{\partial y_k}$.

Autrement dit, le prix exigé par la firme sur le marché k est égal au coût marginal auquel est ajouté une marge définie par $\mu_k(y_k,u)$. De plus, s'il s'avère que $\mu_k(y_k,u) = 0$, alors on peut considérer que la firme évolue dans un environnement concurrentiel, du moins sur le marché k. Appelbaum (1975) et Appelbaum et Kohli (1979) montrent comment, à partir de l'estimation des équations 3.6, on peut tester les hypothèses de concurrence et de monopole au sein d'une industrie. Ils ne considèrent toutefois pas le caractère multi-produit des technologies employées.

Par ailleurs, sous l'hypothèse que la fonction de coût est différentiable par rapport aux prix des intrants, on peut associer aux dérivées de la fonction de coût par rapport à ceux-ci les fonctions de demande d'intrants (lemme de Shephard, 1953), soit :

$$x_m = \frac{\partial c(y,w)}{\partial w_m} \quad , \; m = 1,\ldots,M \; . \tag{3.7}$$

Supposons maintenant $D^*_k(y_k,u)$ et $\mu^*_k(y_k,u)$, des approximations flexibles de $D_k(y_k,u)$ et $\mu_k(y_k,u)$ respectant les propriétés théoriques de celles-ci[1]. Considérons aussi $\partial c^*(y,w)/dy_k$ et $\partial c^*(y,w)/dw_m$ des approximations des fonctions $\partial c(y,w)/\partial y_k$ et $\partial c(y,w)/\partial w_m$. Dans un premier temps, en posant y_k, p_k et x_m comme endogènes, on peut par une méthode appropriée estimer conjointement les équations suivantes :

$$x_m = \partial c^*(y,w)/\partial w_m + e_m \; , \qquad m = 1,\ldots,M \; ,$$

$$p_k = \mu^*_k(y_k,u) + \partial c^*(y,w)/\partial y_k + e_{pk} \; . \qquad k = 1,\ldots,K \tag{3.8}$$

et $$y_k = D^*_k(p_k,u) + e_{yk} \; , \qquad k = 1,\ldots,K \; ,$$

où e_m, e_{pk} et e_{yk} sont des termes d'erreurs aléatoires de moyenne nulle et de variance finie dues aux erreurs d'optimisation et d'approximation.

L'estimation du système 3.8 permet d'obtenir des évaluations empiriques des marges $\mu_k(y_k,u)$, soit $\hat{\mu}_k(y_k,u)$, k = 1, ..., K et ce, pour chaque firme composant l'échantillon.

Les relations 3.6 impliquent les rapports suivants :

$$\frac{p_k - \mu_k(y_k,u)}{p_r - \mu_r(y_r,u)} = \frac{\partial c(y,w)/\partial y_k}{\partial c(y,w)/\partial y_r} \; , \; k,r = 1,\ldots,K \; . \tag{3.9}$$

Les p_k (k=1,...,K) étant connus et les marges ayant été évaluées par $\hat{\mu}_k(y_k,u)$ à l'étape antérieure il est par conséquent possible de procéder à l'estimation des équations suivantes :

---

[1] En particulier, $\dfrac{\partial D_k(y_k,u)}{\partial y_k} < 0$ et $\mu_k(y_k,u) > 0$.

$$\frac{p_k - \hat{\mu}_k(y_k,u)}{p_r - \hat{\mu}_r(y_r,u)} = h^*_{kr}(y,w) + e_{kr}, \quad \begin{matrix} k,r = 1,\ldots,K \\ (k < r) \end{matrix} . \tag{3.10}$$

où e_{kr} est un terme d'erreur aléatoire de moyenne nulle et de variance finie.

Les résultats de l'estimation du système 3.10 permettent la vérification des conditions 3.1 et, par conséquent, servent à déterminer l'existence d'agrégats cohérents des mesures de la production. En fait, si le système 3.10 satisfait aux conditions 3.1 alors la fonction de coût c(y,w) peut s'écrire sous la forme $C(Y_1, \ldots, Y_N, w)$. De plus, par dualité, on sait que si la fonction de coût peut s'écrire sous la forme $C(Y_1, \ldots, Y_N, w)$ alors la fonction de production peut s'écrire $F(Y_1, \ldots, Y_N, x)$.

Nous tenons à faire remarquer que les conditions 2.3 ne peuvent être l'objet d'une vérification empirique à partir des résultats de l'estimation du système 3.8. Les résultats obtenus de 3.8 ne permettent que d'obtenir des approximations de $\partial c(y,w)/\partial y_k$ alors que les conditions 2.3 s'appliquent aux rapports $\dfrac{\partial c(y,w)/\partial y_k}{\partial c(y,w)/\partial y_r}$ (k,r = 1, ..., K). Pour cette raison, à la deuxième étape, nous procédons à l'estimation d'approximations des rapports entre deux fonctions de coût marginal, soit $h^*_{kr}(y,w)$, k,r = 1, ..., K, k < r).

4. ÉVALUATION STATISTIQUE

Pour comparer la performance du test proposé relativement à celle du test existant (Denny et Fuss, 1977) et aussi pour en évaluer la pertinence, nous avons, à partir d'une spécification d'une fonction de coût possédant une structure d'agrégation donnée, réalisé diverses expériences sur des échantillons aléatoires indépendants. Dans un premier temps, nous avons procédé à l'évaluation des performances des dérivées de l'approximation et des approximations des dérivées en terme de leur capacité à prédire le

comportement des dérivées d'une fonction. Par la suite, nous avons comparé la performance du test proposé à celle du test existant en terme du pouvoir de prédiction de la structure d'agrégation réelle de la fonction de coût. Enfin, nous avons évalué la pertinence d'estimer des approximations de la fonction de coût respectant la structure d'agrégation de celle-ci.

Considérons la fonction de coût suivante :

$$c(y,w) = ((a_{11}y_1+2a_{12}(y_1y_2)^{\frac{1}{2}}+a_{22}y_2)\ (b_{11}w_1y_3+2b_{12}(w_1w_2y_3)^{\frac{1}{2}}+b_{22}w_2y_3))^{\varepsilon+1}, \qquad (4.1)$$

où $c(y,w)$ représente le coût total de produire $y = (y_1,y_2,y_3)$ lorsque les prix des intrants sont $w = (w_1,w_2)$;

ε est un terme d'erreur aléatoire dû aux erreurs d'optimisation;

$a_{11} = 10$, $a_{12} = 20$, $a_{22} = 25$, $b_{11} = 15$, $b_{12} = 30$ et $b_{22} = 35$.

Les variables y_1, y_2, y_3 et w_1, w_2 ont été choisies indépendantes et de loi uniforme sur l'intervalle (0,1). Le terme d'erreur aléatoire a aussi été choisi indépendant et de loi $N[0,\sigma_\varepsilon^2]$. Cent échantillons aléatoires indépendants issus de deux tirages différents ont été générés pour réaliser les expériences. Chaque échantillon contient cent observations.

L'examen attentif de la fonction 4.1 permet de réaliser que celle-ci respecte les propriétés usuelles[1] d'une fonction de coût et aussi qu'elle admet un agrégat cohérent des produits y_1 et y_2. En d'autres termes, $c(y,w)$ peut s'écrire $\tilde{c}(g(y_1,y_2),y_3,w)$ avec

$$g(y_1,y_2) = a_{11}y_1 + 2a_{12}(y_1y_2)^{\frac{1}{2}} + a_{22}y_2 \ . \qquad (4.2)$$

Par contre, la fonction $c(y,w)$ n'admet pas d'agrégats cohérents formés à partir de y_1, y_2 et y_3.

---

[1] Non-négativité, non-décroissance en y et w, homogène de degré un et concave en w, continue.

4.1 Dérivées de l'approximation vs approximations des dérivées

Afin d'évaluer la performance des approximations des dérivées relativement à celle des dérivées de l'approximation, nous avons comparé les variances des variables suivantes :

$$E_k^t = \frac{\partial c(y,w)}{\partial y_k}\Bigg|_{\substack{y=y^t \\ w=w^t}} - \left[\frac{\partial c(y,w)}{\partial y_k}\right]^*\Bigg|_{\substack{y=y^t \\ w=w^t}}, \quad k=1,2 \qquad (4.3)$$

et $$\tilde{E}_k^t = \frac{\partial c(y,w)}{\partial y_k}\Bigg|_{\substack{y=y^t \\ w=w^t}} - \frac{\partial c^*(y,w)}{\partial y_k}\Bigg|_{\substack{y=y^t \\ w=w^t}}, \quad k=1,2 ,$$

où $\left.\dfrac{\partial c(y,w)}{\partial y_k}\right|_{\substack{y=y^t \\ w=w^t}}$ représente la valeur de la dérivée de $c(y,w)$ par rapport à y_k évaluée au point (y^t,w^t);

$\left[\dfrac{\partial c(y,w)}{\partial y_k}\right]^*$ représente la valeur calculée de $\partial c(y,w)/\partial y_k$ au point (y^t,w^t) obtenue à partir d'une approximation translogarithmique de celle-ci;

$\dfrac{\partial c^*(y,w)}{\partial y_k}$ représente la valeur calculée de $\partial c(y,w)/\partial y_k$ au point (y^t,w^t) obtenue à partir d'une approximation translogarithmique de $c(y,w)$[1];

$t=1, \ldots, 100.$

---

[1] Les formes translogarithmiques utilisées en guise d'approximations de $c(y,w)$ et $\partial c(y,w)/\partial y_k$ sont présentées en annexe. $c^*(y,w)$ a été estimée par la méthode des moindres carrés ordinaires (MCO). $[\partial c(y,w)/\partial y_k]^*$, $k=1,2$, ont été estimées conjointement par la méthode des moindres carrés généralisés itératifs.

Ainsi E_k^t représente l'écart entre la valeur réelle de $\partial c(y,w)/\partial y_k$ évaluée au point (y^t,w^t) et la valeur obtenue d'une approximation de cette dernière évaluée au même point. $\tilde{E}_k^t$ représente l'écart entre la valeur $\partial c(y,w)/\partial y_k$ évaluée au point (y^t,w^t) et la valeur obtenue en dérivant l'approximation de c(y,w), soit c*(y,w), évaluée également au point (y^t,w^t).

Le tableau 1 présente, pour chacun des deux tirages de cinquante échantillons effectués et pour différentes valeurs de σ_ε^2 le nombre de fois où l'hypothèse que Var (E_k) < Var $(\tilde{E}_k)$ ne peut être rejetée par un test de Fisher[1]. À σ_ε^2 = 0,00125, σ_ε^2 = 0,0125 et σ_ε^2 = 0,025 correspondent pour l'approximation c*(y,w) des R^2 aux environs de 0,95, 0,70 et 0,50 respectivement.

Tableau 1

Nombre de fois où $Var(E_k) < Var(\tilde{E}_k)$

	1er tirage		2ième tirage	
σ_ε^2	$\frac{\partial c(y,w)}{\partial y_1}$	$\frac{\partial c(y,w)}{\partial y_2}$	$\frac{\partial c(y,w)}{\partial y_1}$	$\frac{\partial c(y,w)}{\partial y_1}$
0,00125	40	43	39	42
0,0125	46	49	44	46
0,025	46	49	47	48

Les résultats obtenus tranchent nettement en faveur de la supériorité des approximations de dérivées sur les dérivées de l'approximation, du moins en ce qui concerne la qualité de l'ajustement de ces dernières. Il

---

[1] On ne peut rejeter l'hypothèse que $Var(E_k) < Var(\tilde{E}_k)$ lorsque le rapport entre les variances empiriques de E_k et $\tilde{E}_k$ est plus petit que la valeur critique d'une F_{n_1-1,n_2-1}, n_1 et n_2 étant le nombre d'observations entrant dans le calcul de $Var(E_k)$ et $Var(\tilde{E}_k)$ respectivement. Comme ici $n_1 = n_2 = 100$, la valeur critique d'une $F_{99,99}$ à un niveau de confiance de 5 % est 0,717.

apparaît donc que les approximations de dérivées semblent des prédicteurs plus adéquats des dérivées d'une fonction que les dérivées obtenues d'une approximation de cette même fonction.

Ce résultat est susceptible d'influencer la performance du test fondé sur l'utilisation des dérivées de l'approximation (Denny et Fuss, 1977) relativement au test que nous proposons. Ce dernier, reppelons-le, est fondé sur l'utilisation d'approximations du rapport de fonctions de coût marginal.

4.2 Performance des tests

Dans cette section, nous comparons la performance du test que nous proposons à la performance du test suggéré par Denny et Fuss (1977), ce dernier consistant, rappelons-le, à vérifier les conditions 2.8. Pour ce faire, nous avons considéré deux expériences différentes. Dans la première, nous avons compté le nombre de fois, pour chacun des tests, où les résultats nous amènent à ne pas rejeter l'existence d'un agrégat cohérent formé à partir de y_1 et y_2 et à rejeter l'existence d'un agrégat cohérent formé à partir de y_1, y_2 et y_3. Dans la seconde expérience, nous avons compté le nombre de fois, pour chacun des tests, où les résultats nous amènent à rejeter l'existence d'un agrégat cohérent formé à partir de y_1 et y_3.

En termes des paramètres de l'approximation translogarithmique $c^*(y,w)$ présentée en annexe, les conditions d'existence d'un agrégat cohérent formé à partir de y_1 et y_2 correspondant aux conditions 2.8 sont (au point $\bar{y},\bar{w}$)[1] :

$$\frac{\hat{a}_{ki}}{\hat{a}_{ri}} = \frac{\hat{a}_k}{\hat{a}_r} \quad , \; k,r=1,2 \text{ et } i=3, \; (k<r) \tag{4.4}$$

$$\frac{\hat{a}_{km}}{\hat{a}_{rm}} = \frac{\hat{a}_k}{\hat{a}_r} \quad , \; k,r=1,2 \text{ et } m=1,2 \; . \; (k<r)$$

---

[1] Voir Denny et Fuss (1977) pour une présentation de ces conditions et des conditions 4.5.

De la même manière, les conditions d'existence d'un agrégat formé à partir de y_1, y_2 et y_3 sont (au point $\bar{y},\bar{w}$) :

$$\frac{\hat{a}_{km}}{\hat{a}_{rm}} = \frac{\hat{a}_k}{\hat{a}_r} \quad , \underset{(k<r)}{k,r=1,2,3} \text{ et } m=1,2 \; . \tag{4.5}$$

Les conditions 4.4 et 4.5 sont des conditions locales d'existence d'un agrégat cohérent, c'est-à-dire qu'elles sont valables au voisinage du point d'approximation $(\bar{y},\bar{w})$.

Le test que nous proposons est fondé sur l'approximation du rapport de deux fonctions de coût marginal, soit $h^*_{kr}(y,w)$. Aux fins de notre expérience, nous avons utilisé une approximation translogarithmique du même type que celle employée précédemment. Celle-ci est présentée en annexe. En terme de cette approximation, les conditions locales d'existence d'un agrégat formé à partir de y_1 et y_2 sont (au point $\bar{y},\bar{w}$)[1] :

$$d_i^{kr} = 0 \quad , \underset{(k<r)}{k,r=1,2} \text{ et } i=3, \tag{4.6}$$

$$d_m^{kr} = 0 \quad , \underset{(k<r)}{k,r=1,2} \text{ et } m=1,2 \; .$$

Par ailleurs, les conditions locales d'existence d'un agrégat formé à partir de y_1, y_2 et y_3 sont (au point $\bar{y},\bar{w}$) :

$$d_m^{kr} = 0 \quad , \underset{(k<r)}{k,r=1,\ldots,3} \text{ et } m=1,2 \; . \tag{4.7}$$

Au tableau 2, nous présentons le nombre de fois, pour chaque tirage et différentes valeurs de σ_ε^2, où les résultats de l'estimation $c^*(y,w)$ nous amènent à ne pas rejeter les conditions 4.4 **et** à rejeter les conditions 4.5. Également, nous présentons le nombre de fois où les résultats de l'estimation des approximations $h^*_{kr}(y,w)$ nous amènent à ne pas

---

[1] Ces conditions, de même que les conditions 4.7, sont dérivées en annexe.

rejeter les conditions 4.6 et à rejeter les conditions 4.7. Les conditions ont été vérifiées par un test du rapport de vraisemblance à un niveau de confiance de 5 % [1].

Tableau 2

Nombre de fois où (y_1,y_2) n'est pas rejetée et (y_1,y_2,y_3) est rejetée au point $(\bar{y},\bar{w})$

	1er tirage		2ième tirage	
σ^2_ε	Denny et Fuss (1977)	Test proposé	Denny et Fuss (1977)	Test proposé
0,00125	2	49	1	50
0,0125	0	49	1	50
0,025	0	49	1	50

Dans presque tous les cas, le test que nous proposons nous amène à rejeter la partition (y_1,y_2,y_3) et à ne pas rejeter la partition (y_1,y_2), c'est-à-dire que le test nous amène à conclure correctement quant à la structure d'agrégation réelle de la fonction c(y,w). Le test suggéré par Denny et Fuss (1977) quant à lui nous amène rarement à conclure adéquatement sur la structure d'agrégation de c(y,w).

De la même manière qu'au tableau 2, nous présentons au tableau 3 le nombre de fois où chacun des tests nous amène à rejeter l'existence d'un agrégat cohérent formé à partir de y_1 et y_3. Encore ici, les conditions appropriées ont été vérifiées à l'aide d'un test du rapport de vraisemblance effectué à un niveau de confiance de 5 %.

---

[1] Les approximations $c^*(y,w)$ et $h^*_{kr}(y,w)$ ont été estimées par la méthode des MCO.

Tableau 3

Nombre de fois où (y_1, y_3) est rejetée au point $(\bar{y}, \bar{w})$

	1er tirage		2ième tirage	
σ_ε^2	Denny et Fuss (1977)	Test proposé	Denny et Fuss (1977)	Test proposé
0,00125	33	50	28	50
0,0125	7	50	7	50
0,025	5	50	5	50

Le test que nous proposons conclu adéquatement peu importe la valeur de σ_ε^2. Cependant, le test suggéré par Denny et Fuss (1977), bien que présentant une performance nettement inférieure au test que nous proposons, semble donner de meilleurs résultats lorsque la variance des erreurs d'optimisation est petite, soit dans le cas où les $\bar{R}^2$ obtenus de l'estimation de $c^*(y,w,a)$ sont de l'ordre de 0,95. Ces résultats nous amènent à conclure à la supériorité du test que nous proposons sur le test suggéré par Denny et Fuss (1977), à tout le moins en terme de la capacité de ces derniers à prédire la structure d'agrégation réelle de la fonction de coût $c(y,w)$.

4.3 Pertinence de considérer la structure d'agrégation de c(y,w)

On peut se demander si le fait de négliger la structure d'agrégation d'une fonction de coût en employant, par exemple, qu'une seule mesure agrégée de la production peut affecter de manière significative les résultats concernant la structure de la technologie et la structure des coûts. En fait, il est possible que ces résultats, obtenus généralement de l'estimation d'une fonction de coût, soient insensibles à la forme d'agrégation

employée. Dans ces conditions, la réalisation d'un test d'agrégation des mesures de la production est superflue.

Afin de déterminer la pertinence de réaliser un test d'agrégation, nous avons évalué dans quelle mesure différentes approximations de la fonction c(y,w), possédant chacune une structure d'agrégation particulière, arrivent à prédire adéquatement la structure de la technologie sous-jacente à cette fonction. En plus de la structure non agrégée (y_1,y_2,y_3), les différentes structures que nous avons considérées sont :

$$Y = a_{11}y_1 + 2a_{12}(y_1y_2)^{\frac{1}{2}} + a_{22}y_2 \ , \tag{4.8.1}$$

$$Z = y_1 + y_2 \ , \tag{4.8.2}$$

$$X = y_1 + y_2 + y_3 \ . \tag{4.8.3}$$

Pour chacune de ces structures, nous avons utilisé une approximation translogarithmique du même type que c*(y,w), soit :

$$c^*(Y,y_3,w) \ , \tag{4.9.1}$$

$$c^*(Z,y_3,w) \ , \tag{4.9.2}$$

$$c^*(X,w) \ . \tag{4.9.3}$$

Aux fins de notre évaluation, nous avons considéré un aspect particulièrement important de toute analyse de la structure de la technologie, soit les rendements d'échelle. La mesure des rendements d'échelle que nous utilisons tient compte du caractère multi-produit de la technologie sous-jacente à c(y,w). Cette mesure, proposée par Baumol, Panzar et Willig (1982), est donnée par :

$$S(y,w) = 1 \Big/ \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial \ln c(y,w)}{\partial \ln y_k} \ . \tag{4.10}$$

S(y,w) est une mesure "théorique" des rendements d'échelle, c'est-à-dire les rendements d'échelle tels qu'évalués à partir de la fonction c(y,w). Les mesures correspondantes pour les différentes structures d'agrégation envisagées sont :

$$S_1^*(y,w) = 1 \Big/ \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial \ln c^*(y,w)}{\partial \ln y_k} , \qquad (4.11.1)$$

$$S_2^*(y,w) = 1 \Big/ \left[\frac{\partial \ln c^*(Y,y_3,w)}{\partial \ln Y} + \frac{\partial \ln c^*(Y,y_3,w)}{\partial \ln y_3} \right] , \qquad (4.11.2)$$

$$S_3^*(y,w) = 1 \Big/ \left[\frac{\partial \ln c^*(Z,y_3,w)}{\partial \ln Z} + \frac{\partial \ln c^*(Z,y_3,w)}{\partial \ln y_3} \right] , \qquad (4.11.3)$$

$$S_4^*(y,w) = 1 \Big/ \left[\frac{\partial \ln c^*(X,w)}{\partial \ln X} \right] \qquad (4.11.4)$$

La pertinence de tenir compte de la structure d'agrégation de c(y,w) est évaluée par le nombre de fois, pour chacun des deux tirages de cinquante échantillons et pour différentes valeurs de σ_ε^2, où les approximations $c^*(y,w)$, $c^*(Y,y_3,w)$, $c^*(Z,y_3,w)$ et $c^*(X,w)$ admettent, au point d'approximation $(\bar{y},\bar{w})$, des rendements d'échelle de niveau $S(\bar{y},\bar{w})$. Pour ce faire, nous avons procédé à l'estimation de ces approximations par la méthode des MCO puis les avons réestimées par la même méthode mais cette fois sous la contrainte que celles-ci admettent des rendements d'échelle de niveau $S(\bar{y},\bar{w})$ au point $(\bar{y},\bar{w})$. Cette contrainte revient à ce que la somme des coefficients d'ordre un affectant les variables de mesures de la production soit égale à $1 / S(\bar{y},\bar{w})$.

Au tableau 4, nous présentons le nombre de fois, pour chacune des structures d'agrégation considérées, où les résultats d'un test du rapport

de vraisemblance effectué à un niveau de confiance de 5 % nous amènent à ne pas rejeter des rendements d'échelle de niveau $S(\bar{y},\bar{w})$ au point $(\bar{y},\bar{w})$.

Tableau 4

Nombre de fois où les rendements d'échelle sont de niveau $S(\bar{y},\bar{w})$ au point $(\bar{y},\bar{w})$

	1er tirage				2ième tirage			
σ_ε^2	y_1,y_2,y_3	Y,y_3	Z,y_3	X	y_1,y_2,y_3	Y,y_3	Z,y_3	X
0,00125	49	48	32	3	46	46	39	5
0,0125	49	47	43	27	46	46	48	35
0,025	49	47	44	34	46	46	48	40

À l'examen de ce tableau, on remarque d'abord que peu importe la valeur de σ_ε^2, l'emploi de la structure désagrégée (y_1,y_2,y_3) nous amène à ne pas rejeter dans la grande majorité des cas des rendements d'échelle de niveau $S(\bar{y},\bar{w})$ au point $(\bar{y},\bar{w})$. Ce résultat était tout à fait prévisible mais le plus important, c'est que l'on obtient grosso modo les mêmes résultats en employant la structure d'agrégation réelle de $c(y,w)$, soit l'agrégat Y formé de y_1 et y_2 et, de manière indépendante, y_3. Par ailleurs, en employant l'agrégat $Z = y_1 + y_2$ et y_3 on obtient, en général, une performance sensiblement inférieure relativement à la performance obtenue avec Y et y_3. Ce résultat nous laisse supposer qu'il semble préférable, dans la mesure du possible, de respecter la forme d'agrégation $(g(y_1,y_2))$ car l'agrégation linéaire peut mener à des conclusions erronnées dans certains cas[1]. Enfin, lorsque l'agrégat $X=y_1+y_2+y_3$ est employée, par conséquent, lorsque la

---

[1] Il n'existe cependant pas de test ou de méthode pour connaître la forme de la fonction d'agrégation réelle $g(y_1,y_2)$.

structure d'agrégation de c(y,w) n'est pas respectée, les résultats obtenus sont nettement moins bons, quoique très sensibles à la valeur de σ_ε^2. Ainsi, pour une petite valeur de σ_ε^2, les résultats nous amènent dans la grande majorité des cas à rejeter des rendements d'échelle de niveau $S(\bar{y},\bar{w})$ au point $(\bar{y},\bar{w})$. Paradoxalement, les résultats sont nettement meilleurs lorsque la valeur de σ_ε^2 s'accroît. Néanmoins, le non respect de la structure d'agrégation de c(y,w) nous amène à conclure incorrectement dans bon nombre de cas, d'où la pertinence de connaître et de respecter la structure d'agrégation de c(y,w) lors des analyses empiriques.

5. CONCLUSION

L'utilisation d'agrégats cohérents des mesures de la production lors de l'analyse de la structure de la technologie et des coûts des entreprises est une condition essentielle à l'obtention de résultats non biaisés. Le but de cette étude était de développer une méthodologie capable de déterminer l'existence de tels agrégats. Le développement d'une nouvelle méthodologie s'est avéré nécessaire puisque les méthodologies existantes, mises au point dans le but de déterminer l'existence d'agrégats cohérents des facteurs de production, semblent inadéquates pour établir l'existence d'agrégats cohérents des mesures de la production. D'ailleurs, une évaluation statistique réalisée avec une centaine d'échantillons générés aléatoirement a permis d'illustrer la supériorité de la méthodologie proposée sur les méthodologies existantes. Par ailleurs, cette méthodologie peut être appliquée à bon nombre d'industries où la technologie engendre la production de plusieurs biens ou services. Parmi celles-ci, signalons les télécommunications, les services d'électricité et les transports, en particulier le transport par camion et le transport aérien des passagers. La méthodologie que nous proposons peut s'appliquer à deux situations de marché différentes : la concurrence et le monopole. Une avenue de recherche possible serait de considérer des situations où ni la concurrence, ni le monopole prévalent.

ANNEXE

Formes translogarithmiques des fonctions $\partial c(y,w)/\partial y_k$, $c(y,w)$ et $\dfrac{\partial c(y,w)/\partial y_k}{\partial c(y,w)/\partial y_r}$

a) Approximation translogarithmique de $\partial c(y,w)/\partial y_k$

$$\frac{\partial \ln c(y,w)}{\partial \ln y_k} \simeq \left[\frac{\partial \ln c(y,w)}{\partial \ln y_k}\right]^{*} = b_0^k + \sum_{i=1}^{3} b_i^k \ln(y_i/\bar{y}_i) + \sum_{m=1}^{2} b_m^k \ln(w_m/\bar{w}_m)$$

$$+ \tfrac{1}{2} \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} b_{ij}^k \ln(y_i/\bar{y}_i) \ln(y_j/\bar{y}_j)$$

$$+ \tfrac{1}{2} \sum_{m=1}^{2}\sum_{s=1}^{2} b_{ms}^k \ln(w_m/\bar{w}_m) \ln(w_s/\bar{w}_s)$$

$$+ \sum_{i=1}^{3}\sum_{m=1}^{2} b_{im}^k \ln(y_i/\bar{y}_i) \ln(w_m/\bar{w}_m)$$

$$+ e_k \ , \ k=1,2 \ , \qquad (A.1)$$

avec $\sum_{m=1}^{2} b_m^k = 0$,

$\sum_{m=1}^{2} b_{ms}^k = 0$, $s=1,2$,

$\sum_{m=1}^{2} b_{im}^k = 0$, $i=1,\ldots,3$,

$b_{ij}^k = b_{ji}^k$ et $b_{ms}^k = b_{sm}^k$,

où e_k est un terme d'erreur aléatoire dû aux erreurs d'optimisation et d'approximation de moyenne nulle et de variance finie;

$\bar{y}_k$ et $\bar{w}_m$ représentent les moyennes échantillonnales de y_k et w_m respectivement.

Les approximations des dérivées de la fonction sont données

par : $$\left[\frac{\partial c(y,w)}{\partial y_k}\right]^* = \left[\frac{\partial \ln c(y,w)}{\partial \ln y_k} - \hat{e}_k\right] \frac{c(y,w)}{y_k} \quad . \qquad (A.2)$$

b) Approximation translogarithmique de c(y,w)

$$\ln c(y,w) \simeq \ln c^*(y,w) = a_0 + \sum_{k=1}^{3} a_k \ln(y_k/\bar{y}_k) + \sum_{m=1}^{2} a_m \ln(w_m/\bar{w}_m)$$

$$+ \tfrac{1}{2} \sum_{k=1}^{3}\sum_{r=1}^{3} a_{kr} \ln(y_k/\bar{y}_k) \ln(y_r/\bar{y}_r)$$

$$+ \tfrac{1}{2} \sum_{m=1}^{2}\sum_{s=1}^{2} a_{ms} \ln(w_m/\bar{w}_m) \ln(w_s/\bar{w}_s)$$

$$+ \sum_{k=1}^{3}\sum_{m=1}^{2} a_{km} \ln(y_k/\bar{y}_k) \ln(w_m/\bar{w}_m)$$

$$+ e_c \ , \qquad (A.3)$$

avec $\sum_{m=1}^{2} a_m = 1$,

$\sum_{m=1}^{2} a_{ms} = 0$, $s=1,2$,

$\sum_{m=1}^{2} a_{km} = 0$, $k=1,\ldots,3$,

$a_{kr} = a_{rk}$ et $a_{ms} = a_{sm}$,

où e_c est un terme d'erreur aléatoire dû aux erreurs d'optimisation et d'approximation de moyenne nulle et de variance finie.

Les dérivées de l'approximation sont données par :

$$\frac{\partial c^*(y,w)}{\partial y_k} = \left[a_k + \sum_{r=1}^{3} a_{kr} \ln(y_r/\bar{y}_r) + \sum_{m=1}^{2} a_{km} \ln(w_m/\bar{w}_m) \right] \frac{c(y,w)}{y_k} . \quad (A.4)$$

c) Approximation translogarithmique de $\dfrac{\partial c(y,w)/\partial y_k}{\partial c(y,w)/\partial y_r}$

$$\ln \left[\frac{\partial c(y,w)/\partial y_k}{\partial c(y,w)/\partial y_r} \right] \approx \ln h^*_{kr}(y,w) = d_0^{kr} + \sum_{i=1}^{3} d_i^{kr} \ln(y_i/\bar{y})$$

$$+ \sum_{m=1}^{2} d_m^{kr} \ln(w_m/\bar{w}_m)$$

$$+ \tfrac{1}{2} \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} d_{ij}^{kr} \ln(y_i/\bar{y}_i) \ln(y_j/\bar{y}_j)$$

$$+ \tfrac{1}{2} \sum_{m=1}^{2} \sum_{s=1}^{2} d_{ms}^{kr} \ln(w_m/\bar{w}_m) \ln(w_s/\bar{w}_s)$$

$$+ \sum_{i=1}^{3} \sum_{m=1}^{2} d_{im}^{kr} \ln(y_i/\bar{y}_i) \ln(w_m/\bar{w}_m)$$

$$+ e_{kr} , \; k,r=1,\ldots,3, \; k<r, \quad (A.5)$$

avec $\sum_{m=1}^{2} d_m^{kr} = 0$,

$$\sum_{m=1}^{2} d_{ms}^{kr} = 0 \quad , \quad s=1,2 \quad ,$$

$$\sum_{m=1}^{2} d_{im}^{kr} = 0 \quad , \quad i=1,\ldots,3 \ ,$$

$$d_{ij}^{kr} = d_{ji}^{kr} \quad \text{et} \quad d_{ms}^{kr} = d_{sm}^{kr} \quad ,$$

où e_{kr} est un terme d'erreur aléatoire dû aux erreurs d'optimisation et d'approximation de moyenne nulle et de variance finie.

Les conditions locales d'existence d'un agrégat formé à partir de y_1 et y_2 s'écrivent (par 3.1) :

$$\frac{\partial h^*_{kr}(y,w)}{\partial y_i} = 0 \ , \quad \begin{matrix} k,r=1,2 \text{ et } i=3 \ , \\ (k<r) \end{matrix} \qquad \text{(A.6)}$$

et $$\frac{\partial h^*_{kr}(y,w)}{\partial w_m} = 0 \ , \quad \begin{matrix} k,r=1,2 \text{ et } m=1,2 \ . \\ (k<r) \end{matrix}$$

Ces conditions impliquent bien sûr que

$$\frac{\partial \ln h^*_{kr}(y,w)}{\partial \ln y_i} = 0 \ , \quad \begin{matrix} k,r=1,2 \text{ et } i=3 \ , \\ (k<r) \end{matrix} \qquad \text{(A.7)}$$

et $$\frac{\partial \ln h^*_{kr}(y,w)}{\partial \ln w_m} = 0 \ , \quad \begin{matrix} k,r=1,2 \text{ et } m=1,2 \ . \\ (k<r) \end{matrix}$$

si bien qu'en terme de l'approximation A.5, celles-ci s'écrivent :

$$d_i^{kr} + \sum_{j=1}^{3} d_{ij}^{kr} \ln(y_j/\bar{y}_j) + \sum_{m=1}^{2} d_{im}^{kr} \ln(w_m/\bar{w}_m) = 0 \ , \ \underset{(k<r)}{k,r=1,2} \text{ et } i=3 \ , \qquad (A.8)$$

$$d_m^{kr} + \sum_{s=1}^{2} d_{ms}^{kr} \ln(w_s/\bar{w}_s) + \sum_{m=1}^{3} d_{im}^{kr} \ln(y_i/\bar{y}_i) = 0 \ , \ \underset{(k<r)}{k,r=1,2} \text{ et } m=1,2 \ .$$

Au point $(\bar{y},\bar{w})$ les conditions A.8 deviennent :

$$d_i^{kr} = 0 \ , \ \underset{(k<r)}{k,r=1,2} \text{ et } i=3 \ , \qquad (A.9)$$

et $$d_m^{kr} = 0 \ , \ \underset{(k<r)}{k,r=1,2} \text{ et } m=1,2 \ .$$

Les conditions locales d'existence d'un agrégat formé à partir de y_1, y_2 et y_3 ou y_1 et y_3 peuvent être facilement trouvées de la même manière.

ÉTUDE 4

TEST D'AGRÉGATION DES MESURES DE LA PRODUCTION : UNE APPLICATION À L'INDUSTRIE CANADIENNE DU TRANSPORT PAR CAMION

INTRODUCTION

La popularité grandissante des études portant sur l'analyse de la structure de la technologie (et des coûts) des entreprises repose essentiellement sur la plus grande disponibilité des données statistiques nécessaires à la réalisation de telles études et au développement de méthodologies capables de tenir compte des complexités de la réalité. Les industries du transport, en particulier le transport par camion, ont été le sujet d'un nombre important de ces études et ce, principalement pour répondre aux interrogations soulevées par la déréglementation économique de celles-ci, tant au Canada qu'aux États-Unis. Bien que pour ces industries, notamment le transport aérien et le transport par camion, la déréglementation économique soit passablement avancée ou même complétée, le besoin pour des études empiriques de la structure de la technologie et des coûts est plus présent que jamais. En effet, de nouvelles études permettent d'assurer un suivi de l'industrie déréglementée afin : a) d'évaluer ex post les effets de la déréglementation et vérifier si ces effets correspondent à ceux anticipés et b) d'utiliser les connaissances acquises du secteur des transports pour guider la déréglementation d'autres secteurs de l'économie.

À ce jour, plusieurs études portant sur l'analyse de la structure de la technologie et des coûts des entreprises de transport par camion ont été publiées. À une exception près, toutes couvrent la période pré-déréglementation de l'industrie[1]. La méthodologie employée dans ces études était fondée sur l'estimation de la fonction de coût des entreprises. Dans Gagné (1988) nous présentons cette méthodologie dans tous ses détails. Rappelons tout de même que celle-ci repose sur l'estimation d'une approximation translogarithmique d'une fonction de coût dont les arguments sont : i) une mesure agrégée de la production (tonnes-milles ou tonnes-kilomètres),

---

[1] Période pré-déréglementation : Spady et Friedlaender (1978, 1981), Friedlaender et Wang Chiang (1983), Kim (1984), Friedlaender et Schur Bruce (1985), Daughety, Nelson et Vigdor (1985).
Périodes pré- et post-déréglementation : Daughety et Nelson (1988).

ii) les prix des intrants (essence, travail, capital et autres) et iii) un vecteur de "qualités" ou "caractéristiques technologiques" dont le rôle est de tenir compte de l'environnement particulier dans lequel les entreprises de transport par camion évoluent.[1]

L'utilisation d'une seule mesure agrégée de la production néglige le caractère multi-produit de la technologie employée par les entreprises de transport par camion. Celles-ci opèrent souvent sur un vaste réseau et transportent des biens dont le volume et le poids peuvent différer considérablement d'une expédition à l'autre. De plus, chaque type de bien transporté exige des soins particuliers durant les différentes étapes du transport (chargement, déplacement et déchargement). Les entreprises de transport par camion produisent, par conséquent, une multitude de services de transport se distinguant par l'origine, la destination et le type de bien transporté. La spécification de la fonction de coût de ces entreprises doit tenir compte du caractère multi-produit de la technologie employée sans quoi les résultats qu'on pourra en tirer et l'analyse qui en sera faite pourraient être biaisés.

Dans cette étude, nous appliquons à l'industrie canadienne du transport par camion la méthodologie développée par Gagné (1989) afin d'établir une structure d'agrégation des mesures de la production qui soit cohérente au sens de Leontief (1947a,b) et Sono (1961). L'utilisation d'une structure d'agrégation cohérente des mesures de la production nous permet en effet d'éviter les biais pouvant résulter de l'emploi d'une seule mesure agrégée de la production lors de l'estimation d'une fonction de coût. À la première section de cette étude, nous présentons un bref rappel de la méthodologie nécessaire à l'analyse de la structure de la technologie et des coûts des entreprises de transport par camion. À la section 2, nous

---

[1] En général, les qualités ou caractéristiques technologiques employées sont : distance moyenne des expéditions, poids moyen et la charge moyenne par camion.

montrons comment, à partir de cette même méthodologie, il est possible de déterminer une structure d'agrégation cohérente des mesures de la production. Les concepts présentés aux sections 1 et 2 font ensuite l'objet d'une application à l'industrie canadienne du transport par camion (section 3). Enfin, nous terminons par une brève conclusion à la section 4.

1. RAPPEL SUR L'ANALYSE DE LA STRUCTURE DE LA TECHNOLOGIE ET DES COÛTS DES ENTREPRISES DE TRANSPORT PAR CAMION

Les entreprises de transport par camion combinent des camions et remorques, de la main-d'oeuvre, de l'essence et divers autres types d'intrants (terminaux, services administratifs, etc.) à un réseau routier possédant certaines caractéristiques afin de desservir des marchés disséminés sur le territoire. Les marchés diffèrent entre eux par leur origine, leur destination, le réseau routier existant entre l'origine et la destination et les caractéristiques de la demande (types de biens transportés, importance du flux, etc.).

Afin de représenter de manière adéquate la technologie employée par les entreprises de transport par camion, supposons que les caractéristiques du réseau routier et des différents marchés desservis par une entreprise peuvent être mesurés par un vecteur de "caractéristiques technologiques" $q=(q_1,\ldots,q_u,\ldots,q_U)$[1]. De plus, sous l'hypothèse de régularité[2] de la technologie employée, on peut associer à celle-ci la fonction de coût nous donnant le coût minimum de production à prix des intrants et caractéristiques technologiques donnés , soit :

$$CT = c(y,w,q) \ , \qquad (1.1)$$

---

[1] Cette appellation est due à Spady et Friedlaender (1981). Daughety, Nelson et Vigdor (1985) parlent eux d'attributs de la production plutôt que de caractéristiques technologiques. L'idée originale revient toutefois à McFadden (1978).

[2] Voir Étude 1, section 2.1 et Étude 3, section 1.

où CT représente les coûts totaux de production;

y est un vecteur (Kx1) de mesures de la production;

w est un vecteur (Mx1) de prix des intrants;

q est un vecteur (Ux1) de caractéristiques technologiques;

c une fonction strictement positive, homogène de degré 1 en w et concave en w [1].

La fonction de coût 1.1 est duale à la fonction de transformation (représentant la technologie) et toute l'information sur la structure de la technologie que contient cette dernière est aussi contenue dans la fonction 1.1. Par le lemme de Shephard, on peut aussi associer à 1.1 les fonctions de demande d'intrants suivantes :

$$x_m(y,w,q) = \partial c(y,w,q) \,/\, \partial w_m,\ m=1,\ldots,M \quad . \qquad (1.2)$$

Afin que la fonction de coût 1.1 soit estimable d'un point de vue économétrique, il nous faut en déterminer la forme. Pour ce faire, deux approches s'offrent à nous. On peut d'abord supposer une forme particulière pour la fonction de transformation puis résoudre le problème de minimisation des coûts de manière à retrouver la forme correspondante pour la fonction de coût. Cette procédure risque toutefois d'être assez laborieuse si la forme donnée à la fonction de production est un tant soit peu complexe. On peut aussi procéder directement à partir de la fonction de coût. Cependant, comme la forme exacte de cette fonction nous est inconnue, il apparaît préférable d'employer une approximation de celle-ci. La forme fonctionnelle utilisée en guise d'approximation de la fonction de coût se doit d'être flexible au sens de Diewert (1971, 1973). Autrement dit, elle doit contenir un nombre suffisant de paramètres libres pour que la valeur de la fonction et les valeurs des dérivées premières et secondes soient quelconques au point autour duquel l'approximation est effectuée. La forme

---

[1] Voir Gagné (1988) pour une liste exhaustive des propriétés de la fonction de coût.

fonctionnelle choisie doit aussi permettre le respect des propriétés théoriques d'une fonction de coût. L'approximation translogarithmique de Christensen, Jorgensen et Lau (1973) est la forme la plus couramment employée. Celle-ci est flexible et admet soit l'imposition soit la vérification des propriétés usuelles de la fonction de coût. De plus, d'autres approximations flexibles sont récemment apparues, notamment les approximations minflex Laurent de Barnett (1983) et la Fourier de Gallant (1982). Ainsi, sous l'hypothèse que

$$c^*(y,w,q) \equiv c(y,w,q) \ , \tag{1.3}$$

où $c^*(y,w,q)$ est une approximation flexible de la fonction $c(y,w,q)$, l'utilisation d'une approximation de la fonction de coût évite de faire des hypothèses restrictives sur la nature de la technologie employée par les entreprises de transport par camion. Conséquemment, l'estimation économétrique de $c^*(y,w,q)$ permet la réalisation de divers tests sur la structure de la technologie et des coûts.

La plupart des études réalisées à ce jour à l'aide de la méthodologie décrite ci-dessus ont négligé l'aspect multi-produit de la technologie employée par les entreprises de transport par camion en ne considérant qu'une seule mesure agrégée de la production, soit :

$$Y = \sum_{k=1}^{K} y_k \ . \tag{1.4}$$

Ce faisant, les auteurs se devaient de supposer, implicitement ou non, que

$$c(y,w,q) \equiv \tilde{c}(Y,w,q) \ , \tag{1.5}$$

c'est-à-dire que la mesure 1.4 constituait un agrégat cohérent des mesures de la production. Pourtant, rien ne permet a priori de supposer que la mesure donnée par 1.4 représente un agrégat cohérent. En fait, rien ne permet de supposer l'existence même d'une seule mesure agrégée de l'ensemble des mesures de la production qui soit cohérente. À la prochaine section, nous verrons comment il est possible de déterminer l'existence d'agrégats cohérents des mesures de la production à partir de la fonction de coût 1.1 en utilisant un test d'agrégation développé récemment par Gagné (1989).

2. UN TEST SUR L'EXISTENCE D'AGRÉGATS COHÉRENTS DES MESURES DE LA PRODUCTION

De manière générale, on s'intéresse à l'existence de N agrégats formés à partir de K mesures de la production (N<K). Les N agrégats considérés peuvent être définis à partir d'une partition du vecteur y. Ainsi considérons d'abord $I=\{1,\ldots,K\}$ l'ensemble des indices des éléments du vecteur y. Toute partition de y peut être décrite par un regroupement des éléments de I en des sous-ensembles mutuellement exclusifs $\{I_1,\ldots,I_n,\ldots,I_N\}$ avec $I_1 \cup \ldots \cup I_N = I$ et $I_n \cap I_t = \emptyset$ pour $n \neq t$. Par conséquent, une partition de y est donnée par $(y^{(1)},\ldots,y^{(n)},\ldots,y^{(N)})$, $y^{(n)}$ étant un sous-vecteur composé des éléments y_k, $k \in I_n$. L'utilisation de mesures agrégées de la production comme arguments de la fonction de coût suppose la faible séparabilité de cette fonction par rapport à ces arguments. La fonction $c(y,w,q)$ est dite faiblement séparable par rapport à la partition $\{I_1,\ldots,I_N\}$ du vecteur y si et seulement si :

$$\frac{\partial (c_k/c_r)}{\partial y_i} = 0 \quad \text{pour tout } k,r \in I_n \text{ et } i \notin I_n,\ n=1,\ldots,N\ ,$$

$$\frac{\partial (c_k/c_r)}{\partial w_m} = 0 \quad \text{pour tout } k,r \in I_n \text{ et pour tout } m,\ n=1,\ldots,N\ , \qquad (2.1)$$

et $$\frac{\partial (c_k/c_r)}{\partial q_u} = 0 \quad \text{pour tout } k,r \in I_n \text{ et pour tout } u, \quad n=1,\ldots,N \ .$$

où $c_k = \frac{\partial c(y,w,q)}{\partial y_k}$ et $c_r = \frac{\partial c(y,w,q)}{\partial y_r}$

Les conditions 2.1, connues sous le nom de conditions de Leontief-Sono, nous permettent, si elles sont vérifiées, d'écrire :

$$c(y,w,q) \equiv C(g_1(y^{(1)}),g_2(y^{(2)}),\ldots,g_N(y^{(N)}),w,q) \ ,$$

$$\equiv C(Y_1,\ldots,Y_N,w,q) \ , \qquad (2.2)$$

où $g_1,\ldots,g_N$ représentent les N fonctions d'agrégation;

$Y_1,\ldots,Y_N$ sont les agrégats cohérents formés à partir des éléments des sous-ensembles $y^{(1)},\ldots,y^{(n)},\ldots,y^{(N)}$.

Ainsi, lorsque les conditions 2.1 sont vérifiées, un agrégat cohérent des éléments du sous-vecteur $y^{(n)}$ de la partition $\{I_1,\ldots,I_N\}$ existe pour la fonction $c(y,w,q)$.

L'objectif fondamental de cette étude est de déterminer pour quelle(s) partition(s) du vecteur y l'identité 2.2 est vérifiée. Il nous faut donc, pour différentes partitions du vecteur y, procéder à la vérification empirique des conditions 2.1. Gagné (1989) a montré que lorsque les entreprises évoluent dans des conditions de concurrence parfaite, on peut procéder directement à l'estimation des fonctions c_k/c_r puis vérifier si celles-ci respectent les conditions 2.1. Les fonctions c_k/c_r sont en fait des fonctions de rapports de fonctions de coût marginal. En concurrence parfaite, ou dans tout autre environnement qui amène l'entreprise à une tarification au coût marginal, le prix du produit k est égal à son coût marginal de production si bien qu'il est possible de procéder à l'estimation des équations suivantes :

$$\frac{p_k}{p_r} = h^*_{kr}(y,w,q) + e_{kr} \quad , \quad k,r=1,\ldots,K \quad , \quad (k<r) \qquad (2.3)$$

où p_k et p_r représentent les prix (tarifs) de y_k et y_r respectivement;

$h^*_{kr}(y,w,q)$ est une approximation au moins une fois continûment différentiable de la fonction c_k/c_r assurant globalement les propriétés de celle-ci tout en étant flexible[1,2];

e_{kr} est un terme d'erreur aléatoire (dû aux erreurs d'approximation et d'optimisation) de moyenne nulle et de variance finie.

Une fois l'estimation des équations 2.3 complétée, on détermine, pour une partition du vecteur y donnée, l'existence d'agrégats cohérents des mesures de la production en vérifiant les conditions suivantes[3]:

$$\frac{\partial h^*_{kr}(y,w,q)}{\partial y_i} = 0 \quad , \text{ pour tout } k,r \in I_n \text{ et } i \notin I_n, \; n=1,\ldots,N \; ,$$

$$\frac{\partial h^*_{kr}(y,w,q)}{\partial w_m} = 0 \quad , \text{ pour tout } k,r \in I_n \text{ et pour tout } m, \; n=1,\ldots,N \qquad (2.4)$$

et $$\frac{\partial h^*_{kr}(y,w,q)}{\partial q_u} = 0 \quad , \text{ pour tout } k,r \in I_n \text{ et pour tout } u, \; n=1,\ldots,N \; .$$

---

[1] En particulier, $c(y,w,q)$ étant homogène de degré un par rapport à w, c_k et c_r sont aussi homogènes de degré un par rapport à w si bien que c_k/c_r est homogène de degré zéro par rapport à w. De plus, $c(y,w,q)$ étant non décroissante en y_k $(k=1,\ldots,K)$, $h^*_{kr}(y,w,q)$ doit être non négative.

[2] Dans la partie empirique de notre étude, nous utiliserons une approximation translogarithmique d'ordre deux. L'approximation translogarithmique d'ordre deux d'une fonction $a=h(b)$, $b=(b_1,\ldots,b_i,\ldots,b_I)$ est donnée par :

$$\ln a \simeq \alpha_o + \sum_{i=1}^{I} \alpha_i \ln(b_i/b_{io}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{I} \alpha_{ij} \ln(b_i/b_{io}) \ln(b_j/b_{jo}) \; ,$$

où $b_{io}, b_{jo} (i,j=1,\ldots,I)$ est le point autour duquel l'approximation est effectuée.

[3] Voir section C de l'annexe pour une procédure alternative.

Dans le cadre d'une application à l'industrie canadienne du transport par camion, l'hypothèse de concurrence parfaite ou d'une situation analogue à celle-ci apparaît justifiée. En effet, dans les régions où la réglementation économique est effectivement en vigueur, les prix (tarifs de transport) sont déterminés par un organisme de réglementation et sont, par conséquent, exogènes aux firmes. Quant aux niveaux de production, ceux-ci peuvent être considérés comme endogènes puisque les firmes ont tout le loisir de demander les permis qu'elles désirent, si bien qu'elles disposent de suffisamment de flexibilité afin d'ajuster leur niveau de production de manière à maximiser leurs profits. Par ailleurs, pour les régions où la réglementation économique n'est pas appliquée avec vigueur ou est tout simplement absente, la nature même de l'industrie du transport par camion rend improbable l'existence de pouvoirs monopolistiques[1] de la part des entreprises sur les marchés. En fait, le type de technologie employée permet une libre entrée et une libre sortie de l'industrie si bien que les entreprises n'ont pas le pouvoir de s'éloigner substantiellement d'une tarification au coût marginal.

3. ANALYSE EMPIRIQUE

3.1 Données et variables

3.1.1 Description des données

Les données que nous utilisons proviennent de deux enquêtes de Statistique Canada : i) l'enquête sur les transporteurs routiers de marchandises (MCF) et ii) l'enquête sur le transport des marchandises (TOD). La permière enquête (MCF) regroupe une série de statistiques concernant l'exploitation des entreprises de transport par camion. Dans cette enquête on retrouve, entre autres, des statistiques sur l'emploi, la consommation de carburant, l'équipement utilisé, etc... C'est à partir des données de cette enquête que sont calculés les prix des intrants et les

---

[1] C'est-à-dire d'écarts entre prix et coût marginal.

coûts totaux. La seconde enquête (TOD) regroupe des échantillons d'expéditions pour un sous-ensemble des entreprises contenues dans l'enquête sur les transporteurs routiers. Ainsi, pour chaque expédition échantillonnée, nous connaissons l'origine, la destination, le type de marchandise transportée, le poids et le revenu provenant de cette expédition. C'est à partir de l'enquête TOD que sont calculées les variables de prix, production et caractéristiques technologiques.

Dans un premier temps, nous avons réuni l'information contenue dans ces deux enquêtes puis, pour la construction de notre échantillon, nous avons sélectionné les entreprises qui répondaient aux critères suivants :

- pour nous assurer que les entreprises choisies utilisent une technologie relativement homogène, nous avons retenues que les entreprises pour lesquelles 50 % au plus de la production totale (tonnes-kilomètres) est effectuée au titre du transport de marchandises générales;
- de plus, pour être retenue, une entreprise devait déclarer avoir acheté chacun des intrants (voir ci-dessous) et avoir des coûts totaux, des prix des intrants et des caractéristiques technologiques (voir ci-dessous) strictement positifs;
- enfin, seules les entreprises ayant produit une quantité strictement positive de tous les éléments du vecteur des mesures de la production (voir ci-dessous) ont été retenues.

Compte tenu de la disponibilité des données et des critères de sélection, un échantillon de 494 observations a été créé. Les entreprises choisies proviennent de toutes les régions du Canada et les observations s'échelonnent sur une période allant de 1981 à 1986 inclusivement. Ainsi, pour un certain nombre d'entreprises choisies, des données sont disponibles pour plus d'une année. Le tableau 1 ci-dessous présente le nombre d'observations pour chacune des années et des régions.

Tableau 1

Répartition des observations
par année et région

RÉGION :	ATLANTIQUE	QUÉBEC	ONTARIO	PRAIRIES	COLOMBIE BRITANNIQUE[1]	TOTAL
1981	6	26	25	14	9	80
1982	5	32	20	17	7	81
1983	4	26	26	15	10	81
1984	10	22	24	21	7	84
1985	6	30	24	18	14	92
1986	11	27	15	15	8	76
TOTAL	42	163	134	100	55	494

[1] Y compris le Yukon et les Territoires du Nord-Ouest.

3.1.2 Description des variables

Les définitions des différentes variables utilisées dans la partie empirique de cette étude sont les suivantes :

CT = coûts totaux, soit les frais totaux d'exploitation (dépenses totales en essence, main-d'oeuvre, capital et autres) ($);

w_1 = prix de l'essence, soit le rapport entre les dépenses totales en carburant (taxes incluses) et la consommation totale de carburant en litres ($/litre);

w_2 = prix de la main-d'oeuvre, soit le rapport entre les traitements et salaires des chauffeurs et des aides et le nombre de chauffeurs et d'aides ($/homme-année);

w_3 = prix du capital, soit le rapport entre les frais de capital et le stock de capital. Les frais de capital sont définis comme les dépenses relatives au maintien du capital (entretien), à l'amortissement et au coût d'opportunité (10 % de la valeur du stock de capital); et le stock de capital est défini comme la valeur comptable de chaque bien d'exploitation de l'entreprise (valeur nette)[1];

w_4 = prix des autres facteurs, un indice Divisia des prix de tous les autres facteurs non mentionnés plus haut (publicité, transport acheté ou loué, administration, assurances, etc.);

y = vecteur des mesures de la production, soit le nombre total de tonnes-kilomètres effectuées par l'entreprise pour chacune des catégories suivantes :

y_1 : expéditions de 5 000 kg ou moins sur une distance de 400 km ou moins;

y_2 : expéditions de 5 000 kg ou moins sur une distance comprise entre 400 km et 800 km ou moins;

y_3 : expéditions de 5 000 kg ou moins sur une distance de plus de 800 km;

y_4 : expéditions de plus de 5 000 kg sur une distance de 400 km ou moins;

y_5 : expéditions de plus de 5 000 kg sur une distance comprise entre 400 km et 800 km ou moins;

y_6 : expéditions de plus de 5 000 kg sur une distance de plus de 800 km;

p_k = prix du produit $k(k=1,\ldots,6)$, soit le rapport entre les recettes totales de l'entreprise obtenues dans la catégorie k et le nombre total de tonnes-kilomètres effectuées par l'entreprise dans la catégorie k;

q_1 = distance moyenne des expéditions (kilomètres);

q_2 = poids moyen des expéditions (tonnes);

---

[1] Nous utilisons ici la définition couramment employée dans les études portant sur l'industrie du transport par camion. Kim (1984) utilise une définition différente plus près du coût d'usage réel du capital.

q_3 = charge moyenne par camion, soit le rapport entre le poids total transporté par la firme et la distance totale parcourue par les véhicules (tonnes/véhicule-kilomètre);

q_4 = coût unitaire de l'assurance, soit le rapport entre les coûts totaux d'assurance pour pertes ou dommages de marchandises et la production totale ($/tonne-kilomètre);

T = terme de tendance, T=1 pour 1981, T=2 pour 1982,...,T=6 pour 1986.

Les approximations employées s'effectuant autour des moyennes des variables, nous présentons celles-ci au tableau 2.

Tableau 2

Moyenne et écart-type des variables

Variable		Moyenne	Écart-type
Coûts totaux	(CT)	23 041 574,6000	41 311 585,8600
Essence	(w_1)	0,3870	0,0960
Main-d'oeuvre	(w_2)	29 526,3600	7 622,8700
Capital	(w_3)	0,9760	0,7890
Autres	(w_4)	6 749,7800	5 041,8300
Production	: y_1	3 797 998,0000	5 623 564,0000
	y_2	6 760 792,0000	11 401 936,0000
	y_3	20 428 953,0000	52 532 425,0000
	y_4	18 597 259,0000	37 886 638,0000
	y_5	29 523 136,0000	54 157 529,0000
	y_6	62 692 011,0000	12 699 289,0000
Tarifs	: p_1	0,7390	0,8200
	p_2	0,4580	1,0140
	p_3	0,3270	0,7470
	p_4	0,1410	0,1280
	p_5	0,0790	0,0450
	p_6	0,0590	0,0350
Distance	(q_1)	641,4600	493,6900
Poids	(q_2)	5,2400	6,2200
Capacité	(q_3)	0,0500	0,0980
Assurance	(q_4)	0,0014	0,0020
Tendance	(T)	3,5200	1,6900

Le choix des variables a été orienté à la fois par la disponibilité des données et par la nature même de la technologie employée par les entreprises de transport par camion. Ainsi, la désagrégation choisie pour les prix des intrants tient compte de l'utilisation relativement abondante que font les entreprises de transport par camion d'essence, de chauffeurs et d'aides et de matériel roulant (capital). D'ailleurs, en moyenne pour notre échantillon, les dépenses en essence, main-d'oeuvre et capital représentent respectivement 10 %, 20 % et 25 % des coûts totaux.

La structure de désagrégation choisie pour les mesures de la production rend compte d'une part, de la séparation naturelle existant entre les expéditions en charges partielles (< 5 000 kg) et les expéditions en charges complètes (> 5 000 kg) et, d'autre part, de la distinction entre les expéditions sur de courtes distances (< 400 km) et les expéditions de moyennes (> 400 km et < 800 km) et longues (> 800 km) distances. Par ailleurs, les variables q_1 (distance moyenne), q_2 (poids moyen) et q_3 (taux d'utilisation de la capacité) constituent des caractéristiques technologiques dont le rôle est de représenter les caractéristiques du réseau (étendue et flux de marchandises) sur lequel l'entreprise opère.

Bien que l'échantillon ait été conçu de telle sorte qu'il ne contient que des entreprises pour lesquelles 50 % ou plus de la production totale (tonnes-kilomètres) est effectuée au titre du transport de marchandises générales, il peut tout de même subsister certaines différences entre les entreprises quant aux différents types de biens transportés par celles-ci. La variable d'assurance (q_4) tient compte de ces différences résiduelles. Ainsi, nous supposons que plus le coût d'assurance pour pertes et dommages de marchandises par tonne-kilomètre est élevé, plus les biens transportés sont fragiles et, par conséquent, plus ils nécessitent de soins lors des opérations de chargement, transport et déchargement.

Enfin, comme notre échantillon contient des données échelonnées de 1981 à 1986, nous incluons un terme de tendance afin de tenir compte des déplacements de la fonction de coût qui auraient pu survenir durant cette période. Toutefois, parce que notre échantillon n'est pas formé d'un groupe homogène d'entreprises d'une année à l'autre, cette variable tient à la fois compte du progrès technique et des différences inter-firmes. On ne peut, par conséquent, l'associer directement au progrès technique.

3.2 Résultats économétriques

3.2.1 Test d'agrégation

Dans cette section, nous vérifions, pour différentes partitions du vecteur des mesures de la production (y), si la fonction de coût des entreprises de transport par camion donnée par 1.1 respecte les conditions 2.1. Pour ce faire, nous employons une approximation translogarithmique des fonctions $h_{kr}(y,w,q,T)$ et vérifions si celles-ci respectent les conditions 2.4[1]. En terme des paramètres de cette approximation, les conditions locales de faible séparabilité de la fonction de coût par rapport à une partition quelconque du vecteur y sont données par[2] :

$$
\begin{aligned}
&d_i^{kr} = 0 \quad \text{, pour tout } k,r \in I_n \text{ et } i \notin I_n, && n=1,\ldots,N \text{ ,} \\
&d_m^{kr} = 0 \quad \text{, pour tout } k,r \in I_n \text{ et pour tout } m, && n=1,\ldots,N \text{ ,} \qquad (3.1) \\
&d_u^{kr} = 0 \quad \text{, pour tout } k,r \in I_n \text{ et pour tout } u, && n=1,\ldots,N \\
\text{et} \quad &d_T^{kr} = 0 \quad \text{, pour tout } k,r \in I_n \text{ ,} && n=1,\ldots,N \text{ ,}
\end{aligned}
$$

Aux fins de notre application, nous examinons six partitions différentes du vecteur y. Pour chacune d'elle, nous procédons en deux étapes.

---

[1] La forme translogarithmique employée en guise d'approximation des fonctions $h_{kr}(y,w,q,T)$ est présentée en annexe.

[2] Ces conditions sont dérivées en annexe.

Nous estimons d'abord par la méthode des moindres carrés ordinaires chacune des approximations $h^{*}_{kr}(y,w,q,T)$. Par la suite, nous réestimons les approximations $h^{*}_{kr}(y,w,q,T)$ par la même méthode mais cette fois sous contraintes des conditions 3.1. La partition considérée est rejetée lorsque pour au moins une des fonctions $h_{kr}(y,w,q,T)$, les conditions 3.1 sont rejetées par un test de Fisher[1]. Le tableau 3 résume, pour les différentes partitions considérées, les résultats obtenus.

La première partition considérée est reliée à l'existence d'un agrégat cohérent formé à partir de l'ensemble des mesures de la production. Les tests effectués sur les fonctions $h_{kr}(y,w,q,T)$ pertinentes $(k,r=1,\ldots,6,k<r)$ nous amènent à rejeter cette partition. Ce résultat nous permet de mettre sérieusement en doute l'utilisation d'un agrégat du type 1.4 pour l'analyse de la structure de la technologie et des coûts des entreprises de transport par camion. Nous verrons plus loin quels genres de biais peut entraîner son utilisation.

Nous avons également considéré plusieurs autres partitions. Certaines sont fondées sur des regroupements sur la base du poids des expéditions alors que d'autres le sont sur la base de la distance. Règle générale, les regroupements sur la base du poids sont rejetés. Autrement dit, il apparaît difficile, sur la base de ce test, de former un agrégat cohérent des expéditions de charges partielles et de charges totales. Par contre, certains regroupements sur la base de la distance semblent acceptables.

---

[1] On rejette les contraintes par un test de Fisher de niveau α lorsque la valeur calculée de F est plus grande qu'une $F_{r,n-k}$ à un niveau de confiance α, où r est le nombre de contraintes, n le nombre d'observations et k le nombre de variables explicatives. La valeur calculée du F est donnée par : $\frac{(RSSE - USSE)/r}{USSE/n-k}$, où RSSE et USSE sont, respectivement, la somme des carrés des erreurs des modèles contraint et non contraint.

Tableau 3
Résultats du test d'agrégation

Partition	Fonction $h_{kr}(y,w,q,T)$ considérée	Valeur du F calculé	Valeurs critiques a=1%	a=5%	a=10%	Rejet de la partition
$(y_1,y_2,y_3,$ $y_4,y_5,y_6)$	k=1,r=2	2,0907	2,5590	1,9632	1,6867	oui
	" ,r=3	3,0117	"	"	"	
	" ,r=4	4,4273	"	"	"	
	" ,r=5	4,9200	"	"	"	
	" ,r=6	3,4992	"	"	"	
	k=2,r=3	0,9513	"	"	"	
	" ,r=4	5,2050	"	"	"	
	" ,r=5	5,5967	"	"	"	
	" ,r=6	3,9880	"	"	"	
	k=3,r=4	3,8664	"	"	"	
	" ,r=5	3,1838	"	"	"	
	" ,r=6	3,7948	"	"	"	
	k=4,r=5	1,6856	"	"	"	
	" ,r=6	2,0194	"	"	"	
	k=5,r=6	1,0900	"	"	"	
(y_1,y_2,y_3) et (y_4,y_5,y_6)	k=1,r=2	1,6495	2,2954	1,8143	1,5879	oui
	" ,r=3	2,5354	"	"	"	
	k=2,r=3	0,8550	"	"	"	
	k=4,r=5	1,2999	"	"	"	
	" ,r=6	3,2223	"	"	"	
	k=5,r=6	2,3804	"	"	"	
$y_1,(y_2,y_3),$ $(y_4,y_5),y_6$	k=2,r=3	0,8023	2,2325	1,7781	1,5635	non
	k=4,r=5	1,3040	"	"	"	
$(y_1,y_2),y_3,$ $(y_4,y_5),y_6$	k=1,r=2	1,5140	2,2325	1,7781	1,5635	non
	k=4,r=5	1,3040	"	"	"	
$(y_1,y_2,y_4,$ $y_5),y_3,y_6$	k=1,r=2	1,6732	2,3685	1,8560	1,6158	oui
	" ,r=4	4,2892	"	"	"	
	" ,r=5	4,1810	"	"	"	
	k=2,r=4	4,5985	"	"	"	
	" ,r=5	4,6924	"	"	"	
	k=4,r=6	1,4839	"	"	"	
$(y_1,y_4),$ $(y_2,y_5),$ et (y_3,y_6)	k=1,r=4	4,8419	2,2325	1,7781	1,5635	oui
	k=2,r=5	4,4471	"	"	"	
	k=3,r=6	2,9773	"	"	"	

Ainsi, il apparaît possible d'agréger de manière cohérente les expéditions en charges partielles de plus de 400 km et aussi les expéditions en charges complètes de 800 km ou moins. De la même manière, nos résultats nous permettent de conclure à l'existence d'un agrégat cohérent pour les expéditions en charges partielles de 800 km ou moins et d'un agrégat cohérent pour les expéditions en charges complètes également de 800 km ou moins. Cette dernière structure d'agrégation nous semble particulièrement intéressante car elle nous indique qu'on peut traiter sur le même pied toutes les expéditions en charges partielles de 800 km ou moins et, de la même manière, toutes les expéditions en charges complètes de 800 km ou moins.

À la prochaine section, nous procédons à l'estimation de trois (3) fonctions de coût possédant chacune une structure d'agrégation particulière. Cette procédure nous permettra d'identifier les biais pouvant résulter de l'utilisation d'agrégats dont la cohérence n'a pas été démontrée.

3.2.2 Impacts de la structure d'agrégation sur l'analyse de la structure de la technologie et des coûts

Nous présentons ici les résultats de l'estimation économétrique d'approximations translogarithmiques de trois fonctions de coût différentes possédant chacune une structure d'agrégation particulière[1]. Les trois structures d'agrégation considérées sont[2] :

$$y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6 \quad \text{, structure désagrégée ,} \qquad (3.2.1)$$

$$(y_1+y_2), y_3, (y_4+y_5), y_6 \quad \text{, agrégation cohérente} \qquad (3.2.2)$$

---

[1] Les approximations employées sont identiques à l'approximation des fonctions $h_{kr}(y,w,q,T)$ présentée en annexe.

[2] Les résultats obtenus avec la partition non rejetée y_1, (y_2+y_3), (y_4+y_5), y_6 sont équivalents à ceux obtenus avec la partition (y_1+y_2), y_3, (y_4+y_5), y_6. Ces résultats ne sont pas présentés ici mais sont toutefois disponibles sur demande.

et $y_1+ y_2+ y_3+ y_4+ y_5+ y_6$, agrégation non cohérente . (3.2.3)

Chaque fonction de coût a été estimée conjointement avec ses fonctions de parts d'intrants correspondantes. Toutefois, une des fonctions de part a été omise de manière à éviter la singularité de la matrice variance-covariance des erreurs résiduelles[1]. Les systèmes d'équations (fonctions de coût et fonctions de part d'intrants) ont été estimées de manière itérative par la méthode de Zellner (1962). Enfin, les paramètres à estimer ont été contraints de telle sorte que la fonction de coût respecte les propriétés d'homogénéité et de symétrie. Les résultats de l'estimation apparaissent aux tableaux A.1, A.2 et A.3 de l'annexe.

Le nombre de paramètres estimés est beaucoup trop grand pour pouvoir juger globalement des différences qu'entraînent, s'il y a lieu, l'emploi de différentes structures d'agrégation en termes de la structure de la technologie et des coûts. Comme l'agrégation concerne dans ce cas-ci les mesures de la production, nous allons concentrer nos efforts à l'étude de l'effet du niveau de production (mesuré de trois manières différentes) sur les coûts totaux.

Pour analyser l'effet du niveau de production sur les coûts totaux, nous employons une mesure de rendements d'échelle qui tient compte du caractère multi-produit de la technologie employée. Cette mesure, proposée par Baumol, Panzar et Willig (1982) est donnée, pour chacune des structures d'agrégation considérée, par :

$$S1 = 1/\sum_{k=1}^{6} (\partial \ln c^*(y,w,q,T) / \partial \ln y_k) \text{ (structure désagrégée)} , \quad (3.3.1)$$

$$S2 = 1/\sum_{n=1}^{4} (\partial \ln C^*(Y_1,Y_2,Y_3,Y_4,w,q,T)/\partial \ln Y_n)$$

(agrégation cohérente) , (3.3.2)

---

[1] Voir Gagné (1988) sur la manière d'estimer une fonction de coût et ses fonctions de parts d'intrants correspondantes.

où $Y_1 = y_1 + y_2$, $Y_3 = y_4 + y_5$,

$Y_2 = y_3$, $Y_4 = y_6$

et $S3 = 1 / (\partial \ln \tilde{C}^*(Y,w,q,T) / \partial \ln Y)$ (agrégation non cohérente) , (3.3.3)

où $Y = y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6$.

Ainsi, pour S1, S2 ou S3 < 1 les rendements sont décroissants alors que pour S1, S2 ou S3 > 1 les rendements sont croissants. Pour S1, S2 ou S3 = 1 les rendements sont constants.

Pour les différentes structures d'agrégation considérées, nous avons testé l'hypothèse des rendements constants au point d'approximation de la fonction de coût, c'est-à-dire au point $(\bar{y},\bar{w},\bar{q},\bar{T})$. On ne peut rejeter les rendements constants à ce point lorsque la somme des coefficients d'ordre un affectant les variables mesurant la production n'est pas statistiquement différente de un[1]. Dans les trois cas, un test du rapport de vraisemblance effectué à un niveau de confiance de 1 % ne nous permet pas de rejeter l'hypothèse des rendements constants au point d'approximation[2]. Cependant, à un niveau de confiance de 10 %, cette même hypothèse est rejetée dans le cas où la structure d'agrégation employée n'est pas cohérente. À la lumière de ce test, on peut d'ores et déjà affirmer que l'utilisation d'un agrégat non cohérent des mesures de la production peut, dans une certaine mesure, fausser les résultats. Dans ce cas-ci, en se contentant d'un niveau de confiance de 10 % (ce qui est fort raisonnable), on serait porter à

---

[1] En d'autres termes, nous avons testé les hypothèses suivantes :

1) $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6 = 1$, pour la structure désagrégée;
2) $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 1$, pour l'agrégation cohérente;
3) $\alpha_4 = 1$, pour l'agrégation non cohérente;

[2] Le tableau A.4 présente de manière détaillée l'ensemble des tests effectués.

conclure que les entreprises opèrent à rendements croissants au point d'approximation puisque $\alpha_y < 1$ (0,9546), alors que l'utilisation de la structure désagrégée nous indique qu'elles opèrent à rendements constants à ce même point.

La portée du test ci-dessus est très limitée puisque celui-ci nous permet de conclure sur les rendements d'échelles que pour les seules entreprises situées dans un voisinage du point d'approximation. Pour une caractérisation globale des rendements d'échelle il est préférable d'utiliser la fonction de coût moyen de rayon de Baumol, Panzar et Willig (1982). Pour chacune des structures d'agrégation considérées, la fonction de coût moyen de rayon est donnée par :

$$CMR1(\lambda y_o, w, q, T) = c^*(\lambda y_o, w, q, T) / \lambda, \ \lambda > 0 , \qquad (3.4.1)$$

où y_o est un vecteur de production composite dont le choix est arbitraire, $y_o=(y_{1o},\ldots,y_{ko},\ldots,y_{Ko})$

$$CMR2(\lambda Y_{1o},\lambda Y_{2o},\lambda Y_{3o},\lambda Y_{4o},w,q,T) =$$

$$C^*(\lambda Y_{1o},\lambda Y_{2o},\lambda Y_{3o},\lambda Y_{4o},w,q,T) / \lambda, \ \lambda > 0 \qquad (3.4.2)$$

où $Y_{1o}= y_{1o}+ y_{2o}$, $Y_{2o}= y_{3o}$,

$Y_{3o}= y_{4o}+ y_{5o}$, $Y_{4o}= y_{1o}$,

et $$CMR3(\lambda Y_o, w, q, T) = \tilde{C}^*(\lambda Y_o, w, q, T) / \lambda, \ \lambda > 0 , \qquad (3.4.3)$$

où $Y_o= y_{1o}+ y_{2o}+ y_{3o}+ y_{4o}+ y_{5o}+ y_{6o}$.

La figure 1 présente ces trois fonctions de coût moyen de rayon. Celles-ci ont été tracées pour $y_o=\bar{y}$, $w=\bar{w}$, $q=\bar{q}$ et $T=\bar{T}$. Les trois fonctions ont grosso modo la même allure quoique la fonction CMR3 a une pente légèrement plus accentuée au point d'approximation ($\lambda=1$), confirmant du

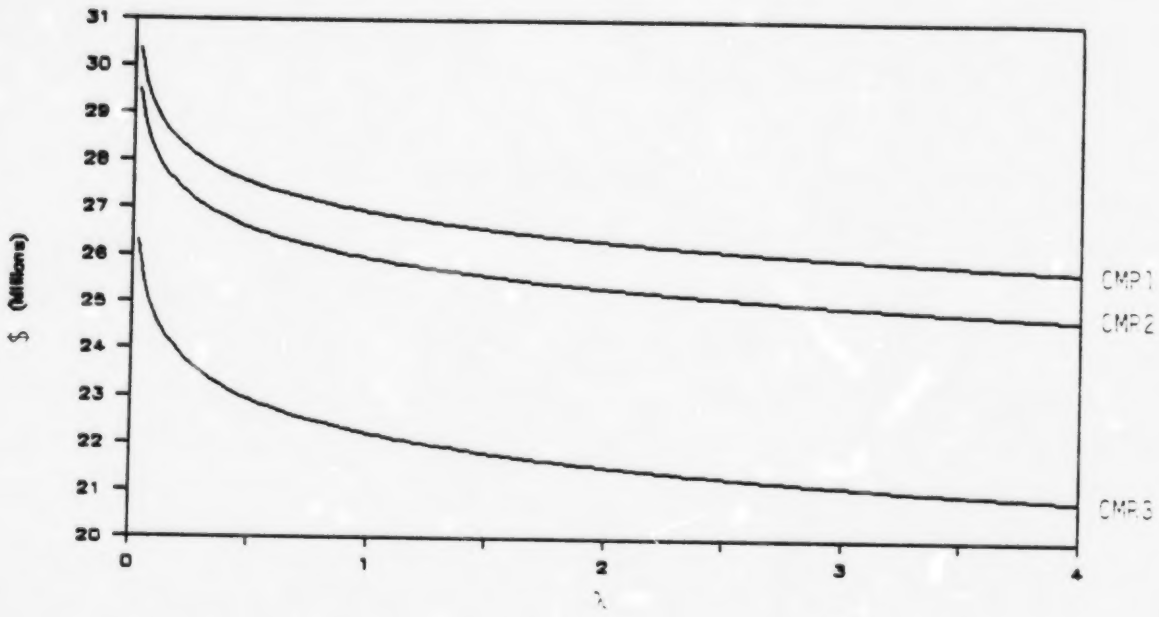

Figure 1 : Fonctions de coût moyen de rayon

même coup les résultats obtenus précédemment. De plus, l'emploi d'une structure d'agrégation non cohérente semble causer une sous-estimation relativement importante des coûts moyen de rayon (CMR3). Rien n'indique cependant que cette différence soit statistiquement significative puisque les constantes de chacune des trois régressions (déterminant le niveau de la fonction de coût et le niveau de la fonction de coût moyen de rayon) prennent des valeurs très proches les unes des autres.

Ces fonctions ayant été tracées au point $w=\bar{w}$ et $q=\bar{q}$, l'interprétation qu'on peut en faire n'est par conséquent valable qu'à ce point. Si l'allure des fonctions de coût moyen de rayon dépend des prix des intrants (w) et des caractéristiques technologiques (q), autrement dit si la technologie employée n'est pas totalement homothétique, l'analyse des rendements d'échelle par le biais de la fonction de coût moyen de rayon a encore une portée limitée. Par contre, si la technologie est homothétique, les fonctions de coût moyen de rayon de la figure 1 sont valables peu importe les valeurs prises par w et q. Dans ce cas, ces fonctions permettent de caractériser globalement les rendements d'échelle.

Nous avons réalisé un test d'homothéticité pour chacune des structures d'agrégation considérées[1]. Pour la structure désagrégée et la structure agrégée de manière cohérente on peut, sur la base d'un test du rapport de vraisemblance, rejeter l'hypothèse d'homothéticité à un niveau de confiance de 1 %[2]. Pour la structure agrégée de manière non cohérente, on ne peut, même à un niveau de confiance très faible, rejeter l'hypothèse d'homothéticité[3].

Ainsi, l'utilisation d'un agrégat non cohérent des mesures de la production lors de l'estimation de la fonction de coût nous porte à conclure que l'allure de la fonction de coût moyen de rayon ne dépend pas des prix des intrants et des caractéristiques technologiques, donc que celle-ci arrive à caractériser globalement les rendements d'échelle. Pourtant, lorsque la fonction de coût est estimée en utilisant la structure désagrégée des mesures de la production, les résultats ne permettent pas de supposer l'indépendance de la fonction de coût moyen de rayon par rapport à ces mêmes variables. En d'autres termes, non seulement l'emploi d'un agrégat non cohérent peut fausser une mesure locale des rendements d'échelle, mais aussi peut amener à surestimer le pouvoir explicatif de la fonction de coût moyen de rayon. La structure de la technologie étant, dans ce cas-ci, non homothétique, on ne peut conclure de manière générale sur les rendements d'échelle pour l'ensemble des entreprises formant l'échantillon.

---

[1] Pour les approximations translogarithmiques employées ici, le test d'homothéticité revient à vérifier si :

1) $B_{km} = 0$, $k=1,\ldots,6$, $m=1,\ldots,4$, (structure désagrégée)
   $C_{ku} = 0$, $k=1,\ldots,6$, $u=1,\ldots,4$;
2) $B_{nm} = 0$, $n=1,\ldots,4$, $m=1,\ldots,4$, (agrégation cohérente)
   $C_{nu} = 0$, $n=1,\ldots,4$, $u=1,\ldots,4$;
3) $B_{Ym} = 0$, $m=1,\ldots,4$, (agrégation non cohérente)
   $C_{Yu} = 0$, $u=1,\ldots,4$.

[2] Voir tableau A.4

[3] Idem

4. CONCLUSION

La réalisation d'un test d'agrégation nous a permis de mettre en doute le bien-fondé d'utiliser une mesure unique et agrégée de l'ensemble des mesures de la production lors de l'estimation d'une fonction de coût d'entreprises de transport par camion. Ce test a été réalisé sous l'hypothèse que les entreprises opèrent en situation de concurrence. Bien qu'à première vue cette hypothèse peut sembler abusive pour plusieurs marchés, elle semble justifiée étant donné la nature de l'industrie du transport par camion. Les conséquences de l'emploi d'un agrégat non cohérent des mesures de la production lors de l'analyse de la structure de la technologie et des coûts des entreprises sont importantes. Pour notre échantillon, l'emploi d'un agrégat non cohérent peut amener à rejeter les rendements constants au point d'approximation de la fonction de coût alors que les résultats de l'estimation d'une fonction de coût possédant une structure désagrégée des mesures de la production nous amènent clairement à ne pas rejeter les rendements constants à ce même point. De plus, les conclusions sur l'homothéticité de la technologie employée par les entreprises de transport par camion diffèrent selon que la structure d'agrégation des mesures de la production est cohérente ou non.

ANNEXE

a) Approximation translogarithmique des fonctions $h_{kr}(y,w,q,T)$

$$\ln(p_k/p_r) \simeq \ln h^*_{kr}(y,w,q,T) = d^{kr}_o + \sum_{i=1}^{6} d^{kr}_i \ln(y_i/\bar{y}_i) + \sum_{m=1}^{4} d^{kr}_m \ln(w_m/\bar{w}_m)$$

$$+ \sum_{u=1}^{4} d^{kr}_u \ln(q_u/\bar{q}_u) + d^{kr}_T \ln(T/\bar{T})$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{6} \sum_{j=1}^{6} d^{kr}_{ij} \ln(y_i/\bar{y}_i) \ln(y_j/\bar{y}_j)$$

$$+ \sum_{i=1}^{6} \sum_{m=1}^{4} d^{kr}_{im} \ln(y_i/\bar{y}_i) \ln(w_m/\bar{w}_m)$$

$$+ \sum_{i=1}^{6} \sum_{u=1}^{4} d^{kr}_{iu} \ln(y_i/\bar{y}_i) \ln(q_u/\bar{q}_u)$$

$$+ \sum_{i=1}^{6} d^{kr}_{iT} \ln(y_i/\bar{y}_i) \ln(T/\bar{T})$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{4} \sum_{s=1}^{4} d^{kr}_{ms} \ln(w_m/\bar{w}_m) \ln(w_s/\bar{w}_s)$$

$$+ \sum_{m=1}^{4} \sum_{u=1}^{4} d^{kr}_{mu} \ln(w_m/\bar{w}_m) \ln(q_u/\bar{q}_u)$$

$$+ \sum_{m=1}^{4} d^{kr}_{mT} \ln(w_m/\bar{w}_m) \ln(T/\bar{T})$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{u=1}^{4} \sum_{v=1}^{4} d^{kr}_{uv} \ln(q_u/\bar{q}_u) \ln(q_v/\bar{q}_v)$$

$$+ \sum_{u=1}^{4} d^{kr}_{uT} \ln(q_u/\bar{q}_u) \ln(T/\bar{T}) + \frac{1}{2} d^{kr}_{TT} \ln(T/\bar{T})^2$$

$$+ e_{kr}\,, \qquad (A.1)$$

avec $\sum_{m=1}^{4} d_m^{kr} = 0$,

$\sum_{m=1}^{4} d_{im}^{kr} = 0$, $i=1,\ldots,6$,

$\sum_{m=1}^{4} d_{ms}^{kr} = 0$, $s=1,\ldots,4$,

$\sum_{m=1}^{4} d_{mu}^{kr} = 0$, $u=1,\ldots,4$,

$\sum_{m=1}^{4} d_{mT}^{kr} = 0$,

$d_{ij}^{kr} = d_{ji}^{kr}$, $d_{ms}^{kr} = d_{sm}^{kr}$, $d_{uv}^{kr} = d_{vu}^{kr}$,

où e_{kr} est un terme d'erreur aléatoire dû aux erreurs d'optimisation et d'approximation de moyenne nulle et de variance finie;

$\bar{y}_i$, $\bar{w}_m$, $\bar{q}_u$ et $\bar{T}$ représentent les moyennes échantillonnales de y_i, w_m, q_u et T respectivement.

Les conditions 2.4 (en tenant compte maintenant du terme de tendance) impliquent bien sûr que :

$$\frac{\partial \ln h_{kr}^*(y,w,q,T)}{\partial \ln y_i} = 0 \quad , \quad \text{pour tout } k,r \in I_n \text{ et } i \notin I_n,\ n=1,\ldots,N \ ,$$

$$\frac{\partial \ln h_{kr}^*(y,w,q,T)}{\partial \ln w_m} = 0 \quad , \quad \text{pour tout } k,r \in I_n \text{ et pour tout } m,\ n=1,\ldots,N \ ,$$

$$\frac{\partial \ln h_{kr}^*(y,w,q,T)}{\partial \ln q_u} = 0 \quad , \quad \text{pour tout } k,r \in I_n \text{ et pour tout } u,\ n=1,\ldots,N$$

et $$\frac{\partial \ln h_{kr}^*(y,w,q,T)}{\partial \ln T} = 0 \quad , \quad \text{pour tout } k,r \in I_n,\ n=1,\ldots,N \ . \qquad (A.2)$$

En termes de l'approximation A.1, les conditions A.2 s'écrivent :

$$d_i^{kr} + \sum_{j=1}^{6} d_{ij}^{kr} \ln(y_j/\bar{y}_j) + \sum_{m=1}^{4} d_{im}^{kr} \ln(w_m/\bar{w}_m) + \sum_{u=1}^{4} d_{iu}^{kr} \ln(q_u/\bar{q}_u)$$

$$+ d_{iT}^{kr} \ln(T/\bar{T}) = 0 \text{ , pour tout } k,r \in I_n \text{ et } i \notin I_n, \; n=1,\ldots,N \text{ ,}$$

$$d_m^{kr} + \sum_{i=1}^{6} d_{im}^{kr} \ln(y_i/\bar{y}_i) + \sum_{s=1}^{4} d_{ms}^{kr} \ln(w_s/\bar{w}_s) + \sum_{u=1}^{4} d_{mu}^{kr} \ln(q_u/\bar{q}_u)$$

$$+ d_{mT}^{kr} \ln(T/\bar{T}) = 0 \text{ , pour tout } k,r \in I_n \text{ et pour tout } m \text{ , } n=1,\ldots,N \text{ ,}$$

$$d_u^{kr} + \sum_{i=1}^{6} d_{iu}^{kr} \ln(y_i/\bar{y}_i) + \sum_{m=1}^{4} d_{mu}^{kr} \ln(w_m/\bar{w}_m) + \sum_{v=1}^{4} d_{uv}^{kr} \ln(q_v/\bar{q}_v)$$

$$+ d_{uT}^{kr} \ln(T/\bar{T}) = 0 \text{ , pour tout } k,r \in I_n \text{ et pour tout } u, \; n=1,\ldots,N$$

et $$d_T^{kr} + \sum_{i=1}^{5} d_{iT}^{kr} \ln(y_i/\bar{y}_i) + \sum_{m=1}^{4} d_{mT}^{kr} \ln(w_m/\bar{w}_m) + \sum_{u=1}^{4} d_{uT}^{kr} \ln(q_u/\bar{q}_u)$$

$$+ d_{TT}^{kr} \ln(T/\bar{T}) = 0 \text{ , pour tout } k,r \in I_n, \; n=1,\ldots,N \text{ .} \qquad (A.3)$$

Au point $(\bar{y},\bar{w},\bar{q},\bar{T})$ les conditions A.3 deviennent :

$$d_i^{kr} = 0 \text{ , pour tout } k,r \in I_n \text{ et } i \notin I_n, \; n=1,\ldots,N \text{ ,}$$

$$d_m^{kr} = 0 \text{ , pour tout } k,r \in I_n \text{ et pour tout } m, \; n=1,\ldots,N \text{ ,}$$

$$d_u^{kr} = 0 \text{ , pour tout } k,r \in I_n \text{ et pour tout } u, \; n=1,\ldots,N \text{ ,}$$

et $$d_T^{kr} = 0 \text{ , pour tout } k,r \in I_n \text{ , } n=1,\ldots,N \text{ .} \qquad (A.4)$$

b) Tableaux des résultats

Tableau A.1
Coefficients estimés de la fonction de coût
(structure désagrégée)

Coefficient	Variable[1]	Valeur estimée	Statistique t
α_0	constante	17,1084**	(141,74)
α_1	y_1	0,0614	(1,02)
α_2	y_2	0,0187	(0,03)
α_3	y_3	0,1287**	(2,62)
α_4	y_4	0,1285	(1,68)
α_5	y_5	0,1985**	(3,19)
α_6	y_6	0,4315**	(5,93)
β_1	w_1	0,0573**	(12,18)
β_2	w_2	0,1403**	(17,78)
β_3	w_3	0,2403**	(29,27)
β_4	w_4	0,5621**	(41,02)
τ_1	q_1	-0,3022	(-1,49)
τ_2	q_2	0,0910	(0,73)
τ_3	q_3	-0,1416*	(-1,97)
τ_4	q_4	0,3426**	(6,26)
δ_T	T	-0,0294	(-0,33)
A_{11}	$\frac{1}{2}(y_1)^2$	-0,0155	(-1,05)
A_{12}	y_1y_2	-0,0338	(-1,86)
A_{13}	y_1y_3	0,0176	(1,12)
A_{14}	y_1y_4	0,0072	(0,29)
A_{15}	y_1y_5	0,0157	(0,84)
A_{16}	y_1y_6	0,0015	(0,05)
A_{22}	$\frac{1}{2}(y_2)^2$	0,0039	(0,24)
A_{23}	y_2y_3	0,0058	(0,57)
A_{24}	y_2y_4	0,0278	(1,11)
A_{25}	y_2y_5	0,0252	(1,29)
A_{26}	y_2y_6	-0,0129	(-0,70)
A_{33}	$\frac{1}{2}(y_3)^2$	0,0167	(1,42)
A_{34}	y_3y_4	-0,0053	(-0,25)
A_{35}	y_3y_5	-0,0253	(-1,64)
A_{36}	y_3y_6	-0,0085	(-0,52)
A_{44}	$\frac{1}{2}(y_4)^2$	0,0582	(1,36)
A_{45}	y_4y_5	-0,0689**	(-2,65)
A_{46}	y_4y_6	-0,0537	(-1,50)
A_{55}	$\frac{1}{2}(y_5)^2$	0,0929**	(3,32)
A_{56}	y_5y_6	-0,0536*	(-2,37)
A_{66}	$\frac{1}{2}(y_6)^2$	0,1648**	(4,86)

Tableau A.1 (suite)

Coefficient	Variable[1]	Valeur estimée	Statistique t
B_{11}	y_1w_1	0,0026	(1,30)
B_{12}	y_1w_2	-0,0014	(-0,44)
B_{13}	y_1w_3	-0,0075*	(-2,18)
B_{14}	y_1w_4	0,0064	(1,10)
B_{21}	y_2w_1	-0,0012	(-0,70)
B_{22}	y_2w_2	0,0008	(0,28)
B_{23}	y_2w_3	-0,0008	(-0,25)
B_{24}	y_2w_4	0,0012	(0,23)
B_{31}	y_3w_1	-0,0047**	(-3,32)
B_{32}	y_3w_2	0,0014	(0,58)
B_{33}	y_3w_3	-0,0013	(-0,51)
B_{34}	y_3w_4	0,0047	(1,12)
B_{41}	y_4w_1	0,0038	(1,49)
B_{42}	y_4w_2	0,0054	(1,30)
B_{43}	y_4w_3	0,0025	(0,56)
B_{44}	y_4w_4	-0,0116	(-1,58)
B_{51}	y_5w_1	0,0012	(0,60)
B_{52}	y_5w_2	-0,0117**	(-3,63)
B_{53}	y_5w_3	0,0116**	(3,41)
B_{54}	y_5w_4	-0,0011	(-0,20)
B_{61}	y_6w_1	-0,0023	(-1,00)
B_{62}	y_6w_2	0,0051	(1,39)
B_{63}	y_6w_3	-0,0011	(-0,28)
B_{64}	y_6w_4	-0,0017	(-0,28)
C_{11}	y_1q_1	-0,0790	(-0,96)
C_{12}	y_1q_2	-0,0167	(-0,53)
C_{13}	y_1q_3	0,0008	(0,03)
C_{14}	y_1q_4	0,0375	(1,76)
C_{21}	y_2q_1	0,0025	(0,04)
C_{22}	y_2q_2	-0,0714*	(-2,17)
C_{23}	y_2q_3	-0,0257	(-1,02)
C_{24}	y_2q_4	-0,0009	(-0,06)
C_{31}	y_3q_1	0,0500	(0,95)
C_{32}	y_3q_2	0,0118	(0,45)
C_{33}	y_3q_3	-0,0287	(-1,35)
C_{34}	y_3q_4	-0,0083	(-0,63)
C_{41}	y_4q_1	0,0159	(0,14)
C_{42}	y_4q_2	0,0520	(1,33)
C_{43}	y_4q_3	0,0307	(0,88)

Tableau A.1 (suite)

Coefficient	Variable[1]	Valeur estimée	Statistique t
C_{44}	$y_4 q_4$	0,0057	(0,21)
C_{51}	$y_5 q_1$	-0,0700	(-0,94)
C_{52}	$y_5 q_2$	0,0743*	(2,14)
C_{53}	$y_5 q_3$	-0,0257	(-0,92)
C_{54}	$y_5 q_4$	-0,0081	(-0,44)
C_{61}	$y_6 q_1$	-0,0298	(-0,29)
C_{62}	$y_6 q_2$	-0,0039	(-0,09)
C_{63}	$y_6 q_3$	0,0423	(1,15)
C_{64}	$y_6 q_4$	0,0006	(0,03)
D_{1T}	$y_1 T$	0,0988**	(2,82)
D_{2T}	$y_2 T$	0,0116	(0,41)
D_{3T}	$y_3 T$	-0,0317	(-1,43)
D_{4T}	$y_4 T$	-0,0966*	(-2,42)
D_{5T}	$y_5 T$	-0,0197	(-0,68)
D_{6T}	$y_6 T$	0,0392	(1,11)
E_{11}	$\frac{1}{2}(w_1)^2$	0,0386**	(14,06)
E_{12}	$w_1 w_2$	-0,0104**	(-3,74)
E_{13}	$w_1 w_3$	-0,0086**	(-4,54)
E_{14}	$w_1 w_4$	-0,0196**	(-13,07)
E_{22}	$\frac{1}{2}(w_2)^2$	0,0450**	(7,85)
E_{23}	$w_2 w_3$	-0,0287**	(-7,04)
E_{24}	$w_2 w_4$	-0,0059	(-1,61)
E_{33}	$\frac{1}{2}(w_3)^2$	0,0258**	(5,54)
E_{34}	$w_3 w_4$	0,0115**	(3,02)
E_{44}	$\frac{1}{2}(w_4)^2$	0,0140**	(2,60)
F_{11}	$w_1 q_1$	-0,0146*	(-2,20)
F_{12}	$w_1 q_2$	0,0078*	(2,31)
F_{13}	$w_1 q_3$	-0,0472**	(-17,91)
F_{14}	$w_1 q_4$	-0,0182**	(-10,16)
F_{21}	$w_2 q_1$	-0,0786**	(-7,34)
F_{22}	$w_2 q_2$	-0,0130*	(-2,36)
F_{23}	$w_2 q_3$	-0,0432**	(-9,91)
F_{24}	$w_2 q_4$	-0,0156**	(-5,30)
F_{31}	$w_3 q_1$	-0,0138	(-1,18)
F_{32}	$w_3 q_2$	-0,0057	(-0,97)
F_{33}	$w_3 q_3$	-0,0230**	(-5,00)
F_{34}	$w_3 q_4$	-0,0043	(-1,40)
F_{41}	$w_4 q_1$	0,1070**	(5,58)
F_{42}	$w_4 q_2$	0,0110	(1,12)

Tableau A.1 (suite)

Coefficient	Variable[1]	Valeur estimée	Statistique t
F_{43}	$w_4 q_3$	0,1135**	(14,82)
F_{44}	$w_4 q_4$	0,0381**	(7,33)
G_{1T}	$w_1 T$	0,0066*	(2,09)
G_{2T}	$w_2 T$	-0,0012	(-0,22)
G_{3T}	$w_3 T$	0,0014	(0,25)
G_{4T}	$w_4 T$	-0,0069	(-0,74)
H_{11}	$\frac{1}{2}(q_1)^2$	0,1906	(0,55)
H_{12}	$q_1 q_2$	0,0749	(0,58)
H_{13}	$q_1 q_3$	0,2206*	(2,05)
H_{14}	$q_1 q_4$	0,1193	(1,92)
H_{22}	$\frac{1}{2}(q_2)^2$	-0,0144	(-0,17)
H_{23}	$q_2 q_3$	-0,0409	(-0,80)
H_{24}	$q_2 q_4$	-0,0049	(-0,16)
H_{33}	$\frac{1}{2}(q_3)^2$	0,2416**	(6,16)
H_{34}	$q_3 q_4$	0,0779**	(3,64)
H_{44}	$\frac{1}{2}(q_4)^2$	0,0022	(0,11)
I_{1T}	$q_1 T$	-0,0994	(-0,95)
I_{2T}	$q_2 T$	0,1558**	(2,90)
I_{3T}	$q_3 T$	-0,0169	(-0,39)
I_{4T}	$q_4 T$	0,0419	(1,45)
J_{TT}	$\frac{1}{2}(T)^2$	-0,2519**	(-2,48)

Nombre de paramètres	120
Nombre d'observations	494
Log(L)	2164,53
R^2	0,82

* Statistiquement significatif à un niveau de confiance de 5% .

** Statistiquement significatif à un niveau de confiance de 1% .

1-Le symbole ln a été omis pour alléger la présentation.
2-R^2=1-var(e)/var(z), où var(e) est la variance des erreurs résiduelles et var(z) est la variance de la variable dépendante.

Tableau A.2
Coefficients estimés de la fonction de coût
(agrégation cohérente)

Coefficient	Variable[1]	Valeur estimée	Statistique t
α_0	constante	17,0711**	(150,66)
α_1	$Y_1=y_1+y_2$	0,0097	(0,11)
α_2	$Y_2=y_3$	0,1383**	(3,06)
α_3	$Y_3=y_4+y_5$	0,3421**	(4,12)
α_4	$Y_4=y_6$	0,4750**	(7,38)
β_1	w_1	0,0530**	(10,44)
β_2	w_2	0,1377**	(16,43)
β_3	w_3	0,2389**	(27,73)
β_4	w_4	0,5705**	(39,51)
τ_1	q_1	-0,3109*	(-2,14)
τ_2	q_2	-0,0145	(-0,11)
τ_3	q_3	-0,1596**	(-2,58)
τ_4	q_4	0,3258**	(6,40)
δ_T	T	0,0103	(0,12)
A_{11}	$\frac{1}{2}(Y_1)^2$	-0,0893*	(-2,19)
A_{12}	Y_1Y_2	0,0118	(0,61)
A_{13}	Y_1Y_3	0,1171**	(3,24)
A_{14}	Y_1Y_4	-0,0402	(-1,33)
A_{22}	$\frac{1}{2}(Y_2)^2$	0,0234*	(2,47)
A_{23}	Y_2Y_3	-0,0272	(-1,27)
A_{24}	Y_2Y_4	-0,0046	(-0,36)
A_{33}	$\frac{1}{2}(Y_3)^2$	-0,0279	(-0,61)
A_{34}	Y_3Y_4	-0,0908**	(-2,88)
A_{44}	$\frac{1}{2}(Y_4)^2$	0,1569**	(5,91)
B_{11}	Y_1w_1	0,0003	(0,08)
B_{12}	Y_1w_2	-0,0034	(-0,69)
B_{13}	Y_1w_3	-0,0093	(-1,79)
B_{14}	Y_1w_4	0,0125	(1,43)
B_{21}	Y_2w_1	-0,0048**	(-3,32)
B_{22}	Y_2w_2	0,0027	(1,13)
B_{23}	Y_2w_3	-0,0023	(-0,91)
B_{24}	Y_2w_4	0,0044	(1,06)
B_{31}	Y_3w_1	0,0046	(1,48)
B_{32}	Y_3w_2	-0,0082	(-1,64)
B_{33}	Y_3w_3	0,0209**	(3,97)
B_{34}	Y_3w_4	-0,0173	(-1,95)
B_{41}	Y_4w_1	-0,0003	(-0,16)

Tableau A.2 (suite)

Coefficient	Variable[1]	Valeur estimée	Statistique t
B_{42}	$Y_4 w_2$	0,0091**	(2,61)
B_{43}	$Y_4 w_3$	-0,0057	(-1,55)
B_{44}	$Y_4 w_4$	-0,0030	(-0,50)
C_{11}	$Y_1 q_1$	0,0227	(0,30)
C_{12}	$Y_1 q_2$	-0,1329*	(-2,46)
C_{13}	$Y_1 q_3$	-0,0441	(-1,48)
C_{14}	$Y_1 q_4$	0,0161	(0,74)
C_{21}	$Y_2 q_1$	0,0231	(0,74)
C_{22}	$Y_2 q_2$	-0,0038	(-0,15)
C_{23}	$Y_2 q_3$	-0,0196	(-1,13)
C_{24}	$Y_2 q_4$	-0,0043	(-0,37)
C_{31}	$Y_3 q_1$	-0,1334	(-1,56)
C_{32}	$Y_3 q_2$	0,1893**	(3,61)
C_{33}	$Y_3 q_3$	0,0031	(0,10)
C_{34}	$Y_3 q_4$	-0,0111	(-0,53)
C_{41}	$Y_4 q_1$	0,0463	(0,74)
C_{42}	$Y_4 q_2$	-0,0216	(-0,55)
C_{43}	$Y_4 q_3$	0,0626*	(2,07)
C_{44}	$Y_4 q_4$	0,0243	(1,43)
D_{1T}	$Y_1 T$	0,1166**	(2,91)
D_{2T}	$Y_2 T$	-0,0252	(-1,31)
D_{3T}	$Y_3 T$	-0,1376**	(-3,17)
D_{4T}	$Y_4 T$	0,0366	(1,25)
E_{11}	$\frac{1}{2}(w_1)^2$	0,0412**	(15,29)
E_{12}	$w_1 w_2$	-0,0086**	(-3,16)
E_{13}	$w_1 w_3$	-0,0099**	(-5,38)
E_{14}	$w_1 w_4$	-0,0227**	(-15,93)
E_{22}	$\frac{1}{2}(w_2)^2$	0,0448**	(7,88)
E_{23}	$w_2 w_3$	-0,0275**	(-6,77)
E_{24}	$w_2 w_4$	-0,0087*	(-2,39)
E_{33}	$\frac{1}{2}(w_3)^2$	0,0261**	(5,58)
E_{34}	$w_3 w_4$	0,0113**	(2,97)
E_{44}	$\frac{1}{2}(w_4)^2$	0,0201**	(3,83)
F_{11}	$w_1 q_1$	-0,0239**	(-4,58)
F_{12}	$w_1 q_2$	0,0062	(1,57)
F_{13}	$w_1 q_3$	-0,0480**	(-17,75)
F_{14}	$w_1 q_4$	-0,0189**	(-10,27)
F_{21}	$w_2 q_1$	-0,1026**	(-12,10)
F_{22}	$w_2 q_2$	-0,0162*	(-2,56)

Tableau A.2 (suite)

Coefficient	Variable[1]	Valeur estimée	Statistique t
F_{23}	w_2q_3	-0,0443**	(-10,05)
F_{24}	w_2q_4	-0,0167**	(-5,61)
F_{31}	w_3q_1	0,0111	(1,24)
F_{32}	w_3q_2	-0,0073	(-1,10)
F_{33}	w_3q_3	-0,0223**	(-4,86)
F_{34}	w_3q_4	-0,0041	(-1,32)
F_{41}	w_4q_1	0,1154**	(7,79)
F_{42}	w_4q_2	0,0173	(1,56)
F_{43}	w_4q_3	0,1145**	(14,94)
F_{44}	w_4q_4	0,0398**	(7,59)
G_{1T}	w_1T	0,0078*	(2,40)
G_{2T}	w_2T	0,0010	(0,20)
G_{3T}	w_3T	0,0013	(0,24)
G_{4T}	w_4T	-0,0102	(-1,10)
H_{11}	$\frac{1}{2}(q_1)^2$	-0,1215	(-0,66)
H_{12}	q_1q_2	0,1566	(1,55)
H_{13}	q_1q_3	0,0874	(1,13)
H_{14}	q_1q_4	0,0378	(1,01)
H_{22}	$\frac{1}{2}(q_2)^2$	-0,1118	(-1,22)
H_{23}	q_2q_3	-0,0489	(-1,10)
H_{24}	q_2q_4	-0,0168	(-0,59)
H_{33}	$\frac{1}{2}(q_3)^2$	0,2132**	(6,45)
H_{34}	q_3q_4	0,0599**	(3,19)
H_{44}	$\frac{1}{2}(q_4)^2$	0,0005	(0,03)
I_{1T}	q_1T	-0,0831	(-1,16)
I_{2T}	q_2T	0,1651**	(3,14)
I_{3T}	q_3T	-0,0121	(-0,32)
I_{4T}	q_4T	0,0499**	(1,99)
J_{TT}	$\frac{1}{2}(T)^2$	-0,2177*	(-2,40)

Nombre de paramètres estimés	91
Nombre d'observations	494
Log(L)	2167,17
R^2	0,84

-Pour les notes, voir le tableau A.1.

Tableau A.3
Coefficients estimés de la fonction de coût
(agrégation non cohérente)

Coefficient	Variable[1]	Valeur estimée	Statistique t
α_0	constante	16,9171**	(306,82)
α_Y	$Y=\Sigma y_k$	0,9546**	(37,42)
β_1	w_1	0,0610**	(16,76)
β_2	w_2	0,1369**	(23,13)
β_3	w_3	0,2534**	(41,81)
β_4	w_4	0,5487**	(54,36)
τ_1	q_1	-0,2081**	(-3,34)
τ_2	q_2	0,0072	(0,20)
τ_3	q_3	-0,0946*	(-2,27)
τ_4	q_4	0,2760**	(7,63)
δ_T	T	-0,0586	(-0,94)
A_{YY}	$\frac{1}{2}(Y)^2$	-0,0046	(-0,32)
B_{Y1}	Yw_1	-0,0005	(-0,29)
B_{Y2}	Yw_2	-0,0007	(-0,29)
B_{Y3}	Yw_3	0,0025	(0,92)
B_{Y4}	Yw_4	-0,0013	(-0,29)
C_{Y1}	Yq_1	0,0089	(0,36)
C_{Y2}	Yq_2	0,0117	(1,05)
C_{Y3}	Yq_3	-0,0116	(-0,71)
C_{Y4}	Yq_4	0,0038	(0,38)
D_{YT}	YT	-0,0074	(-0,42)
E_{11}	$\frac{1}{2}(w_1)^2$	0,0437**	(15,46)
E_{12}	w_1w_2	-0,0080**	(-2,81)
E_{13}	w_1w_3	-0,0091**	(-4,86)
E_{14}	w_1w_4	-0,0267**	(-17,93)
E_{22}	$\frac{1}{2}(w_2)^2$	0,0437**	(7,41)
E_{23}	w_2w_3	-0,0272**	(-6,55)
E_{24}	w_2w_4	-0,0086*	(-2,35)
E_{33}	$\frac{1}{2}(w_3)^2$	0,0272**	(5,78)
E_{34}	w_3w_4	0,0091*	(2,39)
E_{44}	$\frac{1}{2}(w_4)^2$	0,0260**	(5,05)
F_{11}	w_1q_1	-0,0326**	(-8,63)
F_{12}	w_1q_2	0,0105**	(5,04)
F_{13}	w_1q_3	-0,0477**	(-17,28)
F_{14}	w_1q_4	-0,0187**	(-9,89)
F_{21}	w_2q_1	-0,0749**	(-12,70)
F_{22}	w_2q_2	-0,0162**	(-4,91)

Tableau A.3 (suite)

Coefficient	Variable[1]	Valeur estimée	Statistique t
F_{23}	w_2q_3	-0,0415**	(-9,55)
F_{24}	w_2q_4	-0,0172**	(-5,80)
F_{31}	w_3q_1	-0,0096	(-1,52)
F_{32}	w_3q_2	0,0066	(1,89)
F_{33}	w_3q_3	-0,0199**	(-4,35)
F_{34}	w_3q_4	-0,0018	(-0,59)
F_{41}	w_4q_1	0,1171**	(11,24)
F_{42}	w_4q_2	-0,0009	(-0,15)
F_{43}	w_4q_3	0,1092**	(14,42)
F_{44}	w_4q_4	0,0377**	(7,26)
G_{1T}	w_1T	0,0073*	(2,17)
G_{2T}	w_2T	0,0009	(0,17)
G_{3T}	w_3T	0,0002	(0,03)
G_{4T}	w_4T	-0,0084	(-0,90)
H_{11}	$\frac{1}{2}(q_1)^2$	0,1759*	(2,39)
H_{12}	q_1q_2	0,0341	(1,24)
H_{13}	q_1q_3	0,2136**	(5,92)
H_{14}	q_1q_4	0,0431	(1,90)
H_{22}	$\frac{1}{2}(q_2)^2$	0,0337	(1,35)
H_{23}	q_2q_3	0,0146	(0,78)
H_{24}	q_2q_4	-0,0235	(-1,87)
H_{33}	$\frac{1}{2}(q_3)^2$	0,2387**	(8,81)
H_{34}	q_3q_4	0,0520**	(3,17)
H_{44}	$\frac{1}{2}(q_4)^2$	0,0152	(0,69)
I_{1T}	q_1T	-0,0206	(-0,48)
I_{2T}	q_2T	0,0362	(1,55)
I_{3T}	q_3T	-0,0106	(-0,33)
I_{4T}	q_4T	0,0152	(0,69)
J_{TT}	$\frac{1}{2}(T)^2$	-0,1424	(-1,72)

Nombre de paramètres estimés	55
Nombre d'observations	494
Log(L)	2122,27
R^2	0,86

-Pour les notes, voir le tableau A.1.

Tableau A.4

Tests du rapport de vraisemblance

Le tableau suivant présente une synthèse des tests discutés dans le texte. Tous sont des tests du rapport de vraisemblance, c'est-à-dire que nous avons comparé la valeur du logarithme de la fonction de vraisemblance du modèle contraint à la valeur du logarithme de la fonction de vraisemblance du modèle non contraint à l'aide d'un test de χ^2.

i) Structure désagrégée

Hypothèse nulle	LOG(L)	Niveau de confiance	Nombre de contraintes	Valeur critique (χ^2)	Valeur calculée	Rejet de l'hypothèse nulle
NON CONTRAINT	2164,53	-	-	-	-	-
$\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+$ $\alpha_4+\alpha_5+\alpha_6=1$	2164,18	1 %	1	6,63	0,70	Non
		10 %	1	2,71	0,70	Non
$B_{km}=0, \forall k, \forall m$ $C_{ku}=0, \forall k, \forall u$	2103,06	1 %	42	63,70	122,94	Oui

ii) Agrégation cohérente

Hypothèse nulle	LOG(L)	Niveau de confiance	Nombre de contraintes	Valeur critique (χ^2)	Valeur calculée	Rejet de l'hypothèse nulle
NON CONTRAINT	2167,17	-	-	-	-	-
$\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+$ $\alpha_4+\alpha_5+\alpha_6=1$	2166,61	1 %	1	6,63	1,12	Non
		10 %	1	2,71	1,12	Non
$B_{nm}=0, \forall n, \forall m$ $C_{mu}=0, \forall m, \forall u$	2117,18	1 %	28	48,28	99,98	Oui

Tableau A.4 (suite)

iii) Agrégation non cohérente

Hypothèse nulle	LOG(L)	Niveau de confiance	Nombre de contraintes	Valeur critique (χ^2)	Valeur calculée	Rejet de l'hypothèse nulle
NON CONTRAINT	2122,27	-	-	-	-	-
$\alpha_y = 1$	2120,82	1 %	1	6,63	2,90	Non
		10 %	1	2,71	2,90	Oui
$B_{ym}=0, \forall m$ $C_{yu}=0, \forall u$	2120,27	10 %	7	12,02	4,00	Non

c) Procédure alternative

À une approximation d'ordre deux de la fonction c_k/c_r correspond une approximation d'ordre trois de c(y,w,q). Une procédure alternative à la nôtre consisterait, dans un premier temps, à estimer une approximation d'ordre trois de c(y,w,q), puis à trouver et tester les contraintes faisant en sorte que l'approximation de c(y,w,q) soit équivalente à une approximation de $C(Y_1,\ldots,Y_N,w,q)$. Cette procédure alternative nous oblige cependant à faire des hypothèses sur la forme des fonctions $g_n(y^{(n)})$, n=1,...,N, et aussi à estimer économétriquement l'approximation d'ordre trois d'une fonction de coût multi-produit.

CONCLUSION

La réalisation de cette thèse nous a permis de soulever deux difficultés importantes de l'analyse de la structure de la technologie et des coûts des entreprises, notamment les entreprises de transport par camion, à l'aide d'une méthodologie fondée sur l'estimation économétrique d'approximations des fonctions de coût.

Premièrement, le fait de négliger le caractère multi-produit d'une technologie peut causer d'importants biais lors de l'analyse de la structure des coûts des entreprises confrontées à cette technologie. Le test d'agrégation des mesures de la production que nous avons développé permet d'établir une structure d'agrégation qui soit cohérente, donc qui ne cause pas de biais. L'application de ce test à des entreprises de transport par camion a montré que l'agrégat traditionnellement employé pour mesurer le niveau de production d'une entreprise de transport par camion n'est pas cohérent. Par contre, d'autres agrégats, dont l'existence a pu être établie grâce au test proposé, permettent une analyse non biaisée de la structure des coûts des entreprises de transport par camion.

Deuxièmement, l'emploi simultané, à l'intérieur d'une même fonction de coût, d'une mesure agrégée de la production et d'un vecteur de variables de "qualités" de la production peut mener à une certaine confusion quant à l'interprétation de l'effet de ces qualités sur les coûts totaux. Nous avons, croyons-nous, éliminé cette confusion en proposant une méthode différente pour évaluer les élasticités des coûts totaux par rapport à ces variables de qualité.

Nous croyons que la poursuite du travail commencé ici devrait se faire dans deux directions. D'abord, il conviendrait de reconsidérer les résultats de l'étude 2 mais cette fois en utilisant une structure d'agrégation dont la cohérence aura été préalablement démontrée par le test développé à l'étude 3. De plus, étant donné que la méthodologie employée dans

cette thèse utilise abondamment des approximations de fonctions, il conviendrait également de considérer différents types d'approximations plutôt que de se limiter à l'approximation translogarithmique. Depuis quelques années, plusieurs approximations ont été développées, notamment à la suite des critiques concernant la concavité adressée à l'endroit de l'approximation translogarithmique[1]. Ces nouvelles approximations sont confinées pour l'instant à des technologies à produit unique. Il conviendrait de généraliser ces approximations à des technologies multi-produit et d'analyser la sensibilité des résultats obtenus ici en fonction du type d'approximation employée.

---

[1] Voir notamment Diewert et Wales (1987).

BIBLIOGRAPHIE

Appelbaum, E., *Applications of Duality to Non-Competitive Markets*, thèse de Ph.D., University of British Columbia, 1975.

Appelbaum, E., Kohli, U.R., *Canada-United States Trade: Tests for the Small-Open Economy Hypothesis*, Canadian Journal of Economics/Revue canadienne d'économique 12(1), 1-14, 1979.

Barnett, W.A., *New Indices of Money Supply and the Flexible Laurent Demand System*, Journal of Business and Economic Statistics 1(1), 7-23, 1983.

Barten, A.P., *Maximum Likelihood Estimation of a Complete System of Demand Equations*", European Economic Review 1(1), 7-73, 1969.

Baumol, W.J., Panzar, J.C., Willig, R.D., *Contestable Markets and the Theory of Industry Structure*, Harcourt Brace Jovanovich Inc., New York, 1982.

Berndt, E.R., Christensen, L.R., *The Internal Structure of Functional Relationships: Separability, Substitution, and Aggregation*, Review of Economic Studies 40, 403-410, 1973.

Berndt, E.R., Christensen, L.R., *Testing for the Existence of a Consistent Aggregate Index of Labor Inputs*, American Economic Review 64, 391-404, 1974.

Berndt, E.R., Khaled, M.S., *Parametric Productivity Measurement and Choice among Flexible Functional Forms*, Journal of Political Economy 87(6), 1220-1245, 1979.

Blackorby, C., Schworm, W., Fisher, T., *Testing for the Existence of Input Aggregates in an Economy Production Function*, miméo, University of British Columbia, 1987.

Caves, D.W., Christensen, L.R., Tretheway, M.W., *Flexible Cost Functions for Multiproduct Firms*, Review of Economics and Statistics 62(3), 477-481, 1980.

Christensen, L.R., Greene, W.N., *Economies of Scale in U.S. Electric Power Generation*, Journal of Political Economy 84(4), 655-676, 1979.

Christensen, L.R., Jorgensen, D.W., Lau, L.J., *Transcendental Logarithmic Production Frontiers*, Review of Economics and Statistics 55(1), 28-45, 1973.

Coleman, T.S., *Approximation and Flexible Functional Forms*, Research paper no. 271, State University of New York at Stony Brook, 1985.

Daughety, A.F., Nelson, F.D., *An Econometric Analysis of Changes in the Cost and Production Structure of the Trucking Industry, 1953-1982*, Review of Economics and Statistics 70, 67-75, 1988.

Daughety, A.F., Nelson, F.D., Vigdor, W.R., *An Econometric Analysis of the Cost and Production Structure of the Trucking Industry*, in: A.F. Daughety, éditeur, Analytical Studies in Transport Economics (Cambridge University Press, Cambridge) 65-95, 1985.

Denny, M., Fuss, M., *The Use of Approximation Analysis to Test for Separability and the Existence of Consistent Aggregates*, American Economic Review 67(3), 404-418, 1977.

Diewert, W.E., *An Application of the Shephard Duality Theorem: A Generalized Leontief Production Function*, Journal of Political Economy 76, 481-507, 1971.

Diewert, W.E., *Functional Forms for Profit and Transformation Functions*, Journal of Economic Theory 6, 284-316, 1973.

Diewert, W.E., *Applications of Duality Theory*, in: Frontiers of Quantitative Economics, volume II, M.D. Intriligator et D.A. Kendrick, éditeurs, North-Holland, 1974.

Diewert, W.E., *Duality Approaches to Microeconomic Theory*, in: Handbook of Mathematical Economics, volume II, K.J. Arrow et M.D. Intriligator, éditeurs, North-Holland, 535-599, 1982.

Diewert, W.E., Wales, T.J., *Flexible Functional Forms and Global Curvature Conditions*, Econometrica 55(1), 43-68, 1987.

Dionne, G., Gagné, R., *Models and Methodologies in the Analysis of Regulation Effects in Airline Markets*, International Journal of Transport Economics 15(3), 291-312, 1988.

Friedlaender, A.F., Schur Bruce, S., *Augmentation Effects and Technical Change in the Regulated Trucking Industry, 1974-1979*, in: Analytical Studies in Transport Economics, A.F. Daughety, éditeur, Cambridge University Press, Cambridge, 29-63, 1985.

Friedlaender, A.F., Wang Chiang, S.J., *Productivity Growth in the Regulated Trucking Industry*, in: Research in Transport Economics, volume I, T.E. Keeler, éditeur, JAI Press Inc., 1983.

Friedlaender, A.F., Wang Chiang, S.J., *Output Aggregation, Network Effects, and the Measurement of Trucking Technology*, Review of Economics and Statistics 66, 267-276, 1984.

Gagné, R., *Réglementation et technologie dans l'industrie du transport par camion : une présentation de la méthodologie*, L'Actualité Économique 64(2), 287-310, 1988, et aussi Étude 1 de cette thèse.

Gagné, R., *Sur l'agrégation des mesures de la production*, publication #614, Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal, 1989, et aussi Étude 3 de cette thèse.

Gallant, R.A., *Unbiased Determination of Production Technologies*, Journal of Econometrics 20, 285-323, 1982.

Gillen, D.W., Oum, T.H., Tretheway, M.W., *Airline Cost Structure: A Multi-Product Approach for Canadian Airlines*, Cahier no. 1243, Faculty of Commerce and Business Administration, University of British-Columbia, 1987.

Goldberger, A.S., Econometric Theory, John Wiley and Sons, New York, 1964.

Goldman, S.M., Uzawa, H., *A Note on Separability in Demand Analysis*, Econometrica 32(3), 387-398, 1964.

Green, H.A.J., Aggregation in Economic Analysis: An Introductory Survey, Princeton University Press, Princeton, 1964.

Jorgensen, P.W., Fraumeni, B.M. *Relative Prices and Technical Change*", in: Modelling and Measuring Natural Resource Substitution, E. Berndt et B. Field, éditeurs, M.I.T. Press, Cambridge, 1981.

Kim, M., *The Beneficiaries of Trucking Regulation Revisited*, Journal of Law and Economics 27(1), 227-241, 1984.

Kmenta, J., Gilbert, R.F., *Small Sample Properties of Alternative Estimators of Seemingly Unrelated Regressions*, Journal of the American Statistical Association 63, 1180-1200, 1968.

Lau, L.J., *Testing and Imposing Monotonicity, Convexity and Quasi-Convexity Constraints*, in: Production Economics: A Dual Approach to Theory and Applications, M. Fuss et D. McFadden, éditeurs, North-Holland, 1978.

Leontief, W., *A Note on the Interrelation of Subsets of Independent Variables of a Continuous Function with Continuous Derivatives*, Bulletin of the American Mathematical Society 53(4), 343-350, 1947a.

Leontief, W., *Introduction to a Theory of the Internal Structure of Functional Relationships*, Econometrica 15, 361-373, 1947b.

Maister, D.H., *Regulation and the Level of Trucking Rates in Canada: Additional Evidence*, Transportation Journal 8(2), 49-62, 1978.

McFadden, D., *Cost, Revenue, and Profit Functions*, in: Production Economics: A Dual Approach to Theory and Applications, volume I, M. Fuss et D. McFadden, éditeurs, North-Holland, 1978.

McLachlan, D.L., *Canadian Trucking Regulations*, The Logistics and Transportation Review 8(1), 59-81, 1972.

Nadiri, M.I., *Producers Theory*, in: Handbook of Mathematical Economics, volume II, K.J. Arrow et M.D. Intriligator, éditeurs, North-Holland, 1982.

Oum, T.H., Tretheway, M.W., *Hedonic vs. General Specifications of the Translog Cost Function*, Publication #1156, Faculty of Commerce and Business Administration, University of British Columbia, 1985.

Peltzman, S., *Toward a More General Theory of Regulation*, Journal of Law and Economics 19(2), 211-248, 1976.

Shephard, S., *Cost and Production Functions*, Princeton University Press, Princeton, 1953.

Sloss, J., *Regulation of Motor Freight Transportation: A Quantitative Evaluation Policy*, Bell Journal of Economics 1(2), 327-366., 1970.

Sono, M., *The Effect of Price Changes on the Demand and Supply of Separable Goods*, International Economic Review 2(3), 239-271, 1961.

Spady, R., Friedlaender, A.F., *Freight Transport Regulation*, M.I.T. Press, Cambridge, 1981.

Spady, R., Friedlaender, A.F., *Hedonic Cost Functions for the Regulated Trucking Industry*, Bell Journal of Economics 9(1), 159-179, 1978.

Spady, R., Friedlaender, A.F., *Econometric Estimation of Cost Functions in the Transportation Industries*, C.T.S. report, numéro 76-13, M.I.T., 1976.

Stevenson, R., *Measuring Technological Bias*, American Economic Review 70(1), 162-173, 1980.

Stigler, G.J., *The Theory of Regulation*, Bell Journal of Economics and Management Science 2(3), 3-21, 1970.

Varian, H.R., *Microeconomic Analysis*, 2ième édition, W.W. Norton and Company, New York, 1984.

Varian, H.R., *The Nonparametric Approach to Production Analysis*, Econometrica 52(3), 579-597, 1984.

Wales, T.J., *On the Flexibility of Flexible Functional Forms*, Journals of Econometrics 5(2), 183-193, 1977.

White, H., *Using Least Squares to Approximate Unknown Regression Functions*, International Economic Review 21(1), 149-170, 1980.

Zellner, A., *An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regressions and Tests of Aggregation Bias*, Journal of the American Statistical Association 57, 348-368, 1962.